Analisi Numerica e Modellazione Geometrica

C.d.L. Design del Prodotto Industriale – A.A. 2017-18

PARTE 2 – Esame del 25/07/2018

Tempo a disposizione 2 ore

NOME: ______________ COGNOME: ______________ MATRICOLA: ______________

Per iniziare la prova, aprire il browser web (Chrome) e digitare l'indirizzo `http://esamix.labx`

ESERCIZI DA SVOLGERE CON L'AUSILIO DEL CALCOLATORE E MATLAB

1) (p. 6) Si consideri una circonferenza sul piano xy, avente raggio $R = 2$ e centro l'origine. Determinare l'espressione della superficie parametrica ottenuta applicando alla circonferenza una traslazione lungo l'asse z di vettore $(0, 0, v)$, $v \in [0, 2]$, ed una scalatura di rapporti $s_x = v/R$, $s_y = v/R$, $s_z = 1$. Disegnare la superficie e le due isocurve corrispondenti a $u = 0$ e $v = 1$. Si completino lo script `ES1.m` e la function `s_surf.m`.

2) (p. 6) Si determinino i punti di controllo della curva cubica (ovvero di grado 3) di Bézier $C(t)$, $t \in [0, 1]$, avente le seguenti caratteristiche:

- in $t = 0$ passa per il punto di coordinate $(0, 3, 4)^T$;
- in $t = 1$ passa per il punto di coordinate $(6, 6, 5)^T$;
- la derivata prima in $t = 0$ è $(6, -3, 3)^T$;
- la derivata prima in $t = 1$ è $(21, 3, 15)^T$.

Rappresentare la curva, il suo poligono di controllo ed i vettori tangenti nei parametri $t = 0$ e $t = 1$. Si completi lo script `ES2.m`.

3) (p. 5) Si completi lo script `ES3.m` per disegnare le curve spline (aperte) di grado 1,2,3,4 con nodi equispaziati in $[0,1]$ e tutte con stessi punti di controllo

$$P_1 = (0.9, 0.4)^T, \;\; P_2 = (0.9, 0.5)^T, \;\; P_3 = (0.8, 0.65)^T, \;\; P_4 = (0.4, 0.75)^T, \;\; P_5 = (0.0, 0.5)^T, \;\; P_6 = (0, 0)^T.$$

Si disegnino inoltre la poligonale di controllo e gli assi cartesiani.

DOMANDE/ESERCIZI DA SVOLGERE SUL FOGLIO

4) (p. 5) Si definisca quando una curva parametrica è parametrizzata alla lunghezza d'arco.
Si stabilisca quindi se la curva parametrica

$$C(t) = (x_0 + R\cos(t), y_0 + 3t, z_0 + R\sin(t))^T \;,\; t \in [0, 4\pi]$$

è parametrizzata alla lunghezza d'arco. In caso non lo sia, si proceda alla sua riparametrizzazione.

5) (p. 5) Si consideri la superficie parametrica avente equazione

$$S(u,v) = \begin{pmatrix} 5u^2 + 2v^2 - 10 \\ u \\ v \end{pmatrix}, \quad (u,v) \in [-3,3] \times [-3,3].$$

Determinare il versore normale ed il piano tangente a $S(u,v)$ nel punto $P_0 = (12, 2, 1)^T$.

6) (p. 6) Spiegare in cosa consiste il problema dell'interpolazione polinomiale e dare la definizione di polinomio interpolante.

Si risolva quindi il seguente problema: dati i punti $Q_0 = (1,1)^T$, $Q_1 = (0,0)^T$, $Q_2 = (-2,3)^T$ ed i nodi $t_0 = 0$, $t_1 = \frac{1}{2}$ e $t_2 = 1$, si determini la curva di Bézier

$$C(t) = \sum_{i=0}^{n} P_i B_{i,n}(t)$$

(che grado deve avere la curva?) che interpola i punti Q_i nei nodi t_i, $i = 0, 1, 2$.
Rappresentare (disegnando su foglio) la curva, il suo poligono di controllo ed i punti Q_i, $i = 0, 1, 2$.