# Analisi Numerica e Modellazione Geometrica

C.d.L. Design del Prodotto Industriale – A.A. 2017-18

## PARTE 2 – Esame del 25/07/2018

Tempo a disposizione 2 ore

NOME: ______________ COGNOME: ______________ MATRICOLA: ______________

Per iniziare la prova, aprire il browser web (Chrome) e digitare l'indirizzo `http://esamix.labx`

### ESERCIZI DA SVOLGERE CON L'AUSILIO DEL CALCOLATORE E POV-Ray

**1**) (p. 6) Si consideri una circonferenza sul piano $xy$, avente raggio $R = 2$ e centro l'origine. Determinare l'espressione della superficie parametrica ottenuta applicando alla circonferenza una traslazione lungo l'asse $z$ di vettore $(0, 0, v)$, $v \in [0, 2]$, ed una scalatura di rapporti $s_x = v/R$, $s_y = v/R$, $s_z = 1$. Disegnare la superficie e le due isocurve corrispondenti a $u = 0$ e $v = 1$.

```
#declare Camera_1 = camera {/*ultra_wide_angle*/ angle 20  // diagonal view
                            location  <15.0 , 10.0 , 10.0>
                            right    -x*image_width/image_height
                            look_at   <0.0 , 0 , 0.0>}
```

**2**) (p. 6) Si determinino i punti di controllo della curva cubica (ovvero di grado 3) di Bézier $C(t)$, $t \in [0, 1]$, avente le seguenti caratteristiche:

- in $t = 0$ passa per il punto di coordinate $(0, 3, 4)^T$;
- in $t = 1$ passa per il punto di coordinate $(6, 6, 5)^T$;
- la derivata prima in $t = 0$ è $(6, -3, 3)^T$;
- la derivata prima in $t = 1$ è $(21, 3, 15)^T$.

Rappresentare la curva, il suo poligono di controllo ed i *versori* tangenti nei parametri $t = 0$ e $t = 1$.

```
#declare Camera_1 = camera {/*ultra_wide_angle*/ angle 20   // diagonal view
                            location  <5.0 , 0.0 , 50.0>
                            right    -x*image_width/image_height
                            look_at   <0.0 , 1.5 , 0.0>}
```

**3**) (p. 5) Si rappresenti la curva parametrica avente equazione

$$C(t) = \begin{pmatrix} 2\cos(t) - \cos(2t) \\ 2\sin(t) - \sin(2t) \\ 5 \end{pmatrix}, \quad t \in [0, 2\pi].$$

Inoltre si calcolino e rappresentino il punto corrispondente al parametro $t = \frac{2}{3}\pi$ e la retta tangente in tale punto.

```
#declare Camera_1 = camera {/*ultra_wide_angle*/ angle 14   // diagonal view
                            location  <15.0 , 2.0 , 45.0>
                            right    -x*image_width/image_height
                            look_at   <0.0 , 0 , 0.0>}
```

## DOMANDE/ESERCIZI DA SVOLGERE SUL FOGLIO

**4**) (p. 5) Si definisca quando una curva parametrica è parametrizzata alla lunghezza d'arco.

Si stabilisca quindi se la curva parametrica

$$C(t) = (x_0 + R\cos(t), y_0 + 3t, z_0 + R\sin(t))^T, \ t \in [0, 4\pi]$$

è parametrizzata alla lunghezza d'arco. In caso non lo sia, si proceda alla sua riparametrizzazione.

**5**) (p. 5) Si consideri la superficie parametrica avente equazione

$$S(u, v) = \begin{pmatrix} 5u^2 + 2v^2 - 10 \\ u \\ v \end{pmatrix}, \quad (u, v) \in [-3, 3] \times [-3, 3].$$

Determinare il versore normale ed il piano tangente a $S(u, v)$ nel punto $P_0 = (12, 2, 1)^T$.

**6**) (p. 6) Spiegare in cosa consiste il problema dell'interpolazione polinomiale e dare la definizione di polinomio interpolante.

Si risolva quindi il seguente problema: dati i punti $Q_0 = (1, 1)^T$, $Q_1 = (0, 0)^T$, $Q_2 = (-2, 3)^T$ ed i nodi $t_0 = 0$, $t_1 = \frac{1}{2}$ e $t_2 = 1$, si determini la curva di Bézier

$$C(t) = \sum_{i=0}^{n} P_i B_{i,n}(t)$$

(che grado deve avere la curva?) che interpola i punti $Q_i$ nei nodi $t_i$, $i = 0, 1, 2$.

Rappresentare (disegnando su foglio) la curva, il suo poligono di controllo ed i punti $Q_i$, $i = 0, 1, 2$.