

# Analisi Numerica e Modellazione Geometrica

C.d.L. Design del Prodotto Industriale – A.A. 2016-17

## PARTE 2 – COMPITO B – Esame del 13/09/2017

Tempo a disposizione 2 ore

NOME: \_\_\_\_\_ COGNOME: \_\_\_\_\_ MATRICOLA: \_\_\_\_\_

### ESERCIZI DA SVOLGERE CON IL CALCOLATORE E POV-Ray

- 1) (p. 5) Sia data la curva piana in forma parametrica

$$C(t) = (-1 + 6t - 9t^2 + 4t^3, -3t^2 + 4t^3)^T, \quad t \in [0, 1],$$

e il valore del parametro  $t_0 = 1/8$ . Disegnare la curva, e in corrispondenza del parametro  $t_0$  assegnato disegnare il punto  $C(t_0)$ , il versore tangente ed il versore normale.

- 2) (p. 6) Disegnare due semi-sfere per formare una sfera. La prima in rosso usando l'espressione parametrica

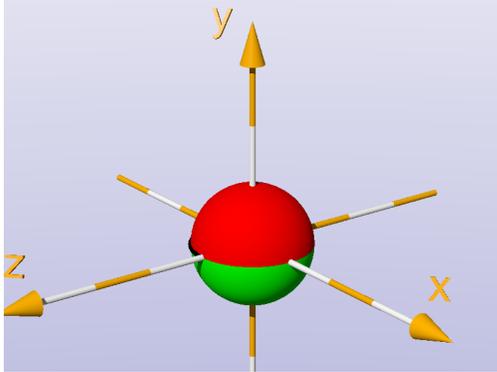
$$S(u, v) = \begin{pmatrix} \sin(u) \cos(v) \\ \sin(u) \sin(v) \\ \cos(u) \end{pmatrix}, \quad 0 \leq u \leq \pi, \quad 0 \leq v \leq \pi,$$

l'altra in verde, ottenuta per rotazione intorno all'asse  $z$  della isocurva estratta dalla sfera per  $v = \pi$  (semicirconferenza nel piano  $xz$  di centro l'origine e raggio unitario). (Sugg. si disegni anche la semicirconferenza.)

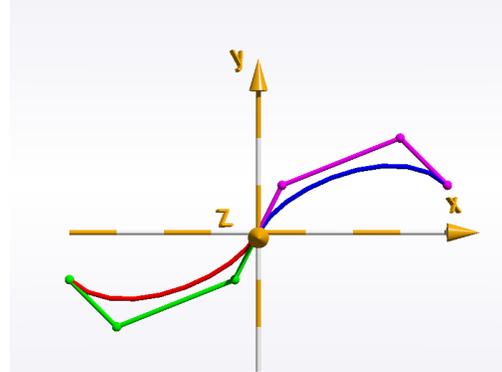
- 3) (p. 6) Sia data la curva di Bézier  $C_1(t)$   $t \in [0, 1]$  avente poligono di controllo  $P_0 = (4, 1, 0)$ ,  $P_1 = (3, 2, 0)$ ,  $P_2 = (1/2, 1, 0)$  e  $P_3 = (0, 0, 0)$ . Si determini la curva di Bézier  $C_2(s)$   $s \in [0, 1]$  di punti di controllo  $Q_0, Q_1, Q_2, Q_3$  ottenuti rispettivamente per riflessione rispetto all'origine dei punti  $P_3, P_2, P_1, P_0$ . (Sugg. la riflessione rispetto all'origine di un punto si ottiene cambiando segno alle coordinate del punto).

Si rappresentino le curve  $C_1(t)$  e  $C_2(s)$  e i rispettivi poligoni di controllo con colori differenti.

Si determini, motivando la risposta sul foglio, se l'ordine di continuità della curva di Bézier a tratti ottenuta nel punto di raccordo  $t = 1, s = 0$  tra le due curve  $C_1(t)$  e  $C_2(s)$  è almeno  $C^1$ .



Soluzione dell'Esercizio 2



Soluzione dell'Esercizio 3

## DOMANDE/ESERCIZI DA SVOLGERE SUL FOGLIO

- 4) (p. 4) Sia data la seguente curva 2D

$$C(t) = (R \cos(t), R \sin(t))^T, \quad t \in [0, 2\pi],$$

ed  $R$  costante. Determinare se è parametrizzata alla lunghezza d'arco; se non lo fosse si proceda alla sua riparametrizzazione.

- 5) (p. 7) Sia data la seguente curva 3D

$$C(t) = \left( \cos(t), \sin(t), \frac{1}{2}t \right)^T, \quad t \in [0, 2\pi];$$

determinare la terna di Frenet in corrispondenza di  $t_0 = \pi/2$ .

- 6) (p. 6) Sia data la curva di Bézier di grado 2, definita in  $[0, 1]$  e con punti di controllo  $P_0 = (0, -2)$ ,  $P_1 = (-2, 0)$  e  $P_2 = (0, 2)$ . Determinare in corrispondenza di 0 ed 1 rispettivamente  $C(0)$ ,  $C'(0)$ ,  $C''(0)$ ,  $C(1)$ ,  $C'(1)$  e  $C''(1)$ .