

XCCURV: UN SISTEMA PER LA MODELLAZIONE GEOMETRICA DI CURVE NURBS

Manuale d'uso

versione curata da
G. Casciola ed S. Morigi

marzo 1996

Indice

Finalità del sistema XCCURV	5
1 Introduzione al sistema XCCURV	7
1.1 Come ci si muove in XCCURV	8
2 Il bottone: Esci.	12
3 Il bottone: Opzioni.	13
3.1 Il bottone: Griglia.	13
3.2 Il bottone: Poligonale.	14
3.3 I bottoni: Mouse e Tastiera.	14
3.4 Il bottone: Help.	15
4 Il bottone: File.	16
4.1 Il bottone: Carica.	16
4.2 Il bottone: Salva.	18
4.3 Il bottone: Salva IP/AP.	18
4.4 Il bottone: Salva CP.	19
5 Il bottone: Curve	20
5.1 Il bottone: Crea	20
5.1.1 I bottoni: Approssimazione di Forma e CP da file	21
5.1.2 I bottoni: Interpolazione ed IP da File.	26
5.1.3 I bottoni: Approssimazione in Norma e AP da File.	31
5.2 Il bottone: Seleziona.	35

5.3	Il bottone: Riparametrizza.	35
5.3.1	Il bottone: Raz. Lineare.	36
5.3.2	Il bottone: Span.	37
5.3.3	Il bottone: $\ C'(t)\ $	37
5.3.4	Il bottone: Zeri arco.	37
5.3.5	Il bottone: Loc. Span	38
5.3.6	Il bottone: Loc. $\ C'(t)\ $	38
5.3.7	Il bottone: Loc. Zeri arco	39
5.4	Il bottone: Disegna per punti.	39
5.5	Il bottone: Ripristina.	40
5.6	Il bottone: Pulisci Video.	40
5.7	Il bottone: Suddividi.	40
5.8	Il bottone: Cancella.	41
5.9	Il bottone: Span.	41
5.10	Il bottone: Stampa parametri.	42
6	Il bottone: Imposta.	43
6.1	Il bottone: Trasformazioni.	44
6.1.1	Il bottone: Traslazione.	44
6.1.2	Il bottone: Scala.	46
6.1.3	Il bottone: Rotazione.	47
6.2	Il bottone: Degree_rai.	47
6.3	Il bottone: Knots.	48
6.3.1	Il bottone: Inserisci.	48
6.3.2	Il bottone: Sposta.	50
6.3.3	Il bottone: Cancella.	51
6.4	Il bottone: Control Points.	53
6.4.1	Il bottone: Inv_Knot_Ins.	53
6.4.2	Il bottone: Inserisci.	56
6.4.3	Il bottone: Sposta.	58
6.4.4	Il bottone: Cancella.	60
6.4.5	Il bottone: Modifica Peso.	61
6.5	Il bottone: Modifica forma.	64

6.5.1	Il bottone: Mod. 1 peso.	64
6.5.2	Il bottone: Mod. 2 pesi	65
6.5.3	Il bottone: Sposta CP.	67
6.5.4	Il bottone: Locale.	68
6.6	I bottoni: Salva Modifiche e Ripristina.	69
7	Il bottone: Funzioni.	70
7.1	Il bottone: RB-Spline.	71
7.2	Il bottone: $X = C1(t)$	71
7.3	Il bottone: $Y = C2(t)$	71
7.4	Il bottone: $X' = C1'(t)$	71
7.5	Il bottone: $Y' = C2'(t)$	72
7.6	Il bottone: Velocità.	72
7.7	Il bottone: Curvatura.	72
7.8	Il bottone: $\ C'(t)\ $	72
7.9	Il bottone: Test Arco.	73
7.10	Il bottone: Intg $\ C'(t)\ $	74

Finalità del sistema

XCCURV

XCCURV è un sistema per la modellazione di curve 2D basato sulla primitiva matematica NURBS. Il programma che lo realizza è scritto interamente in linguaggio C e può essere eseguito su differenti workstation. Per rendere il sistema massimamente portabile, si è deciso di non usare tool grafici di sviluppo. L'interfaccia grafica con l'utente fa uso esclusivamente di routine della libreria Xlib, fornite dal sistema XWindow. Questo favorisce la portabilità, visto che il sistema XWindow è uno standard per workstation, e tali sono le routine C contenute in Xlib.

La programmazione X diventa, di conseguenza, complessa, per la necessità di gestire direttamente tutte le operazioni di interfaccia con l'utente, quali la creazione di finestre, di menu a finestra, di bottoni, rilevazione di eventi, ecc. . . .

XCCURV è un sistema interattivo grafico, che si propone due obiettivi principali:

- costituire un ambiente di sviluppo e di sperimentazione di nuove tecniche ed algoritmi nel settore della modellazione geometrica (si noti che tutti gli algoritmi implementati sono stati proposti dal 1974 ad oggi, e la maggior parte risale agli ultimi 3 o 4 anni);
- costruire un laboratorio didattico ed un riscontro pratico alle nozioni teoriche apprese nel corso di Metodi di Approssimazione.

Per questi motivi si differenzia in modo sostanziale da un classico sistema CAD 2D. Il sistema XCCURV, infatti, oltre ad essere basato su NURBS, ha caratteristiche di generalità non appartenenti ai sistemi CAD.

Infatti, XCCURV lascia libero l'utente di scegliere alcuni dati che definiscono una curva, quali i pesi, la partizione nodale, il tipo di parametrizzazione, mentre i sistemi CAD sono più restrittivi, imponendo modalità ritenute efficienti ma invariabili.

Ad esempio, XCCURV consente all'utente di scegliere il grado delle funzioni NURBS, e tale grado può assumere un valore massimo di 10. Nei sistemi CAD, invece, si usano al più spline e di grado molto più basso (al massimo cubiche).

Di conseguenza, gli algoritmi implementati in XCCURV sono quanto più generali possibile, per poter essere applicati in tutti i casi che l'utente può richiedere. Questo può limitare, però, l'efficienza del sistema; per esempio, il calcolo delle funzioni B-spline (base dello spazio delle spline polinomiali) sfrutta la formula ricorrente che le definisce; nei sistemi CAD, invece, vengono usati algoritmi che effettuano il calcolo delle B-spline, purché esse abbiano grado basso, mediante conversione di ogni tratto nella base polinomiale e utilizzo dell'algoritmo di Horner. Ancora, mentre nei sistemi CAD vengono definite primitive quali il cerchio, l'arco di cerchio, ecc., il sistema XCCURV, proprio perché rivolto a studenti, fornisce gli strumenti per la creazione di tali curve, aspettandosi che gli utenti abbiano quelle conoscenze di base che permettono loro di costruirle.

Capitolo 1

Introduzione al sistema XCCURV

Il sistema XCCURV presenta all'utente una schermata composta da cinque finestre (vedi figura 1):

- la finestra “Menu” è il menu principale. È composta di cinque bottoni di opzioni più un tasto (il bottone “ESCI”) di uscita dal sistema.

Se l'utente clicca col mouse su uno dei bottoni, ad esclusione di ESCI, si apre una nuova finestra-menu relativa alla specifica selezione effettuata;

- la finestra “Colori” rappresenta la palette dei colori; essa mostra una gamma di colori, se il monitor lo permette; di tonalità di grigio, se il monitor è a livelli di grigio, oppure è completamente bianca se il monitor è in bianco e nero.

L'utente può selezionare uno di questi colori per le curve non attive;

- la finestra “Curve” viene utilizzata per disegnare le curve. Ogni punto della finestra ha coordinate reali appartenenti all'intervallo $[-1, 1] \times [-0.7, 0.7]$; si può pensare che in essa sia fissato un sistema di assi cartesiani con origine nel centro della finestra, il cui

asse delle ascisse ha la direzione orizzontale e il verso è rivolto a destra, mentre l'asse delle ordinate ha direzione verticale e il verso è rivolto verso l'alto.

- la finestra “Testo” viene utilizzata per l'input da tastiera o per la visualizzazione di testi (dati relativi alle curve o messaggi di errore);
- la finestra “Funzioni” viene usata per la visualizzazione dell'intervallo nodale e dei grafici della base delle spline, delle funzioni componenti della curva, delle funzioni velocità e curvatura ed infine della funzione $\|C'(t)\|$ che dà una stima della bontà della parametrizzazione della curva.

L'utente può variare la posizione e le dimensioni di alcune finestre, entro limiti definiti dal programma per poter visualizzare completamente le informazioni richieste. Ad esempio, non si possono cambiare le dimensioni della finestra “Menu”, definita per contenere sei bottoni di grandezza fissata; si possono, invece, cambiare le dimensioni delle finestre “Curve” e “Funzioni”.

Se l'utente cerca di apportare modifiche non consentite, non viene segnalato alcun errore, ma la finestra rimane invariata.

1.1 Come ci si muove in XCCURV

Per svolgere una qualunque operazione consentita dal sistema, l'utente deve selezionare l'opzione dal menu principale. La selezione avviene mediante click sull'apposito bottone; si aprono una serie di menu a finestra che indicano le scelte possibili. Ad esempio, cliccando sul bottone “Curve” del menu principale, compare una finestra temporanea che mostra alcune operazioni che si possono fare su una curva (sulla finestra “Curve”), quali la creazione, la cancellazione, la riparametrizzazione,... Se l'utente sceglie il bottone “Crea”, si apre una nuova finestra contenente un menu per selezionare il tipo di curva che si vuole creare, ad

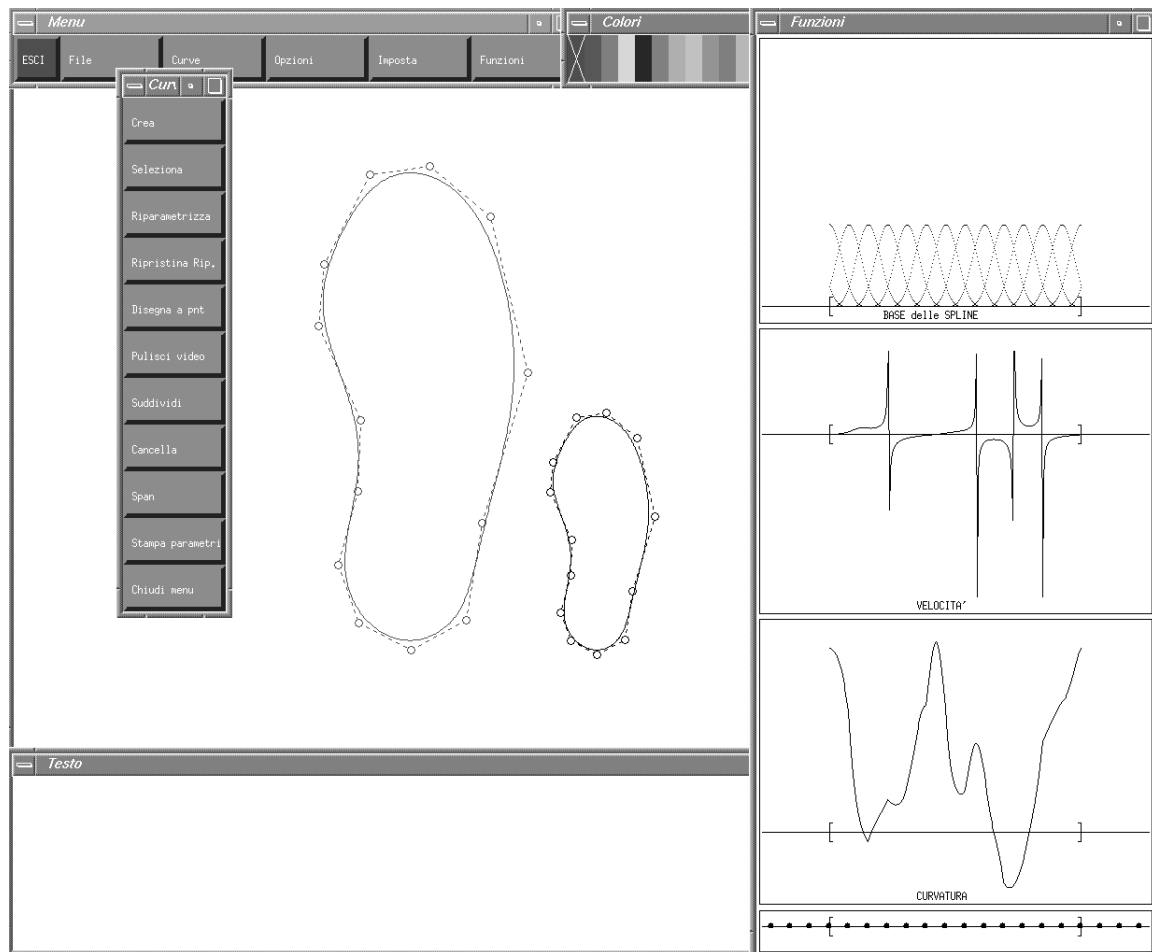


Figura 1: L'ambiente di lavoro

esempio approssimante di forma, interpolante o approssimante ai minimi quadrati.

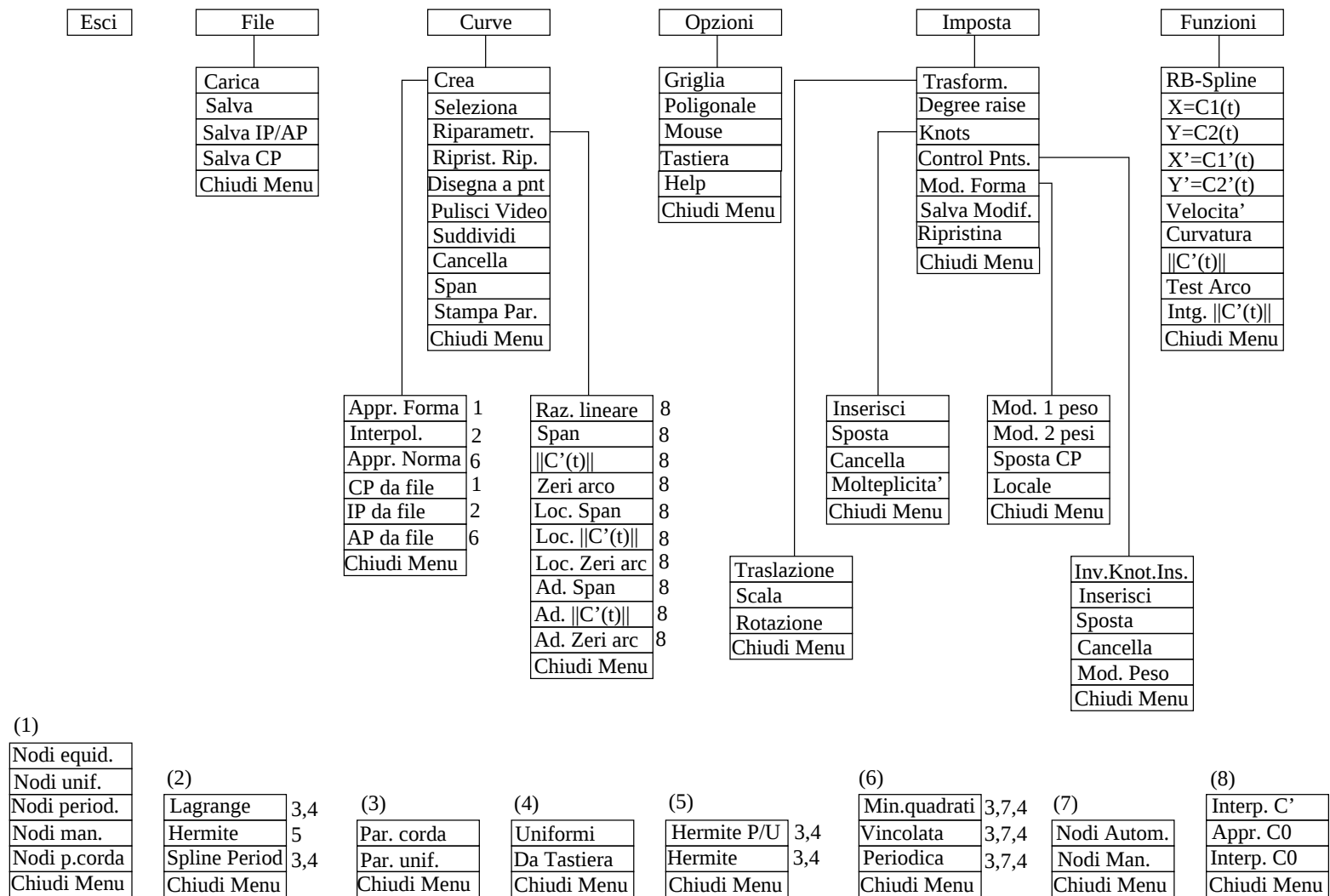
Nella figura 1 è mostrato uno dei menu temporanei presentati dal sistema.

Presentiamo nella pagina seguente la figura 2 che rappresenta la successione dei menu che si presentano all'utente a partire da quello principale. Organizziamo questo manuale spiegando, inizialmente, le diverse

opzioni fornite dal menu principale e, per ognuna di esse, seguiamo i sottomenu che si aprono, analizzando nel dettaglio le possibili scelte successive.

In particolare, si noti l'esistenza di un “**Help**”, attivabile dal menu “Opzioni”, che guida l'utente passo passo nelle scelte effettuate.

Figura 2: Lo schema dei menu



Capitolo 2

Il bottone: Esci.

È il primo bottone del menu principale.

Consente l'uscita immediata dal sistema se l'utente non ha attivato nessuna operazione, in caso contrario, il programma termina non appena l'operazione è conclusa.

Capitolo 3

Il bottone: Opzioni.

Ci occupiamo prima di questo bottone perché non è legato a vere e proprie operazioni su curve NURBS, ma piuttosto a diverse modalità di funzionamento del sistema XCCURV.

Quando uno dei bottoni di questo menu viene premuto, compare a lato un quadratino scuro che indica la selezione della corrispondente opzione.

3.1 Il bottone: Griglia.

click1 sul bottone $\rightarrow$ la griglia viene attivata (se non lo era)
o disattivata (se era già attiva).

Il sistema visualizza una griglia di punti distanti 0.1 nel sistema di riferimento della finestra “Curve”; ogni operazione successiva viene eseguita in un sistema di riferimento a punti discreti, cioè ogni punto della finestra viene approssimato al punto della griglia più vicino.

Se la griglia è già attiva e l’utente clicca sul bottone, viene disattivata; si elimina la selezione dal bottone e la griglia dalla finestra “Curve”.

Se, al contrario, la griglia non è attiva, viene attivata, disegnando la selezione sul bottone e la griglia sulla finestra “Curve”.

3.2 Il bottone: Poligonale.

click1 sul bottone $\rightarrow$ la poligonale viene attivata (se non lo era)
o disattivata (se era già attiva).

Per prima cosa, si verifica se la curva attiva ha la poligonale accesa; se così è, il sistema elimina la selezione dal bottone e cancella la poligonale della curva attiva, altrimenti disegna la selezione e la poligonale della curva.

3.3 I bottoni: Mouse e Tastiera.

click1 sul bottone “Mouse” $\rightarrow$ si attiva la modalità mouse;
click1 sul bottone “Tastiera” $\rightarrow$ si attiva la modalità tastiera.

La selezione del bottone “Mouse” è strettamente legata al bottone successivo: “Tastiera”. Essi, infatti, indicano le due possibilità operative del sistema XCCURV: utilizzo del mouse o della tastiera.

Solo una delle due modalità, naturalmente, è attiva in un certo istante: nel menu “Opzioni” si accende la selezione nel bottone corrispondente che evidenzia la scelta fatta; quando il sistema parte, per default, viene attivato l’uso del mouse e disegnata la selezione sul bottone corrispondente.

Nota.

L’uso del mouse si riferisce sia alla selezione dei bottoni di un menu, sia all’interazione col sistema per tutto ciò che deve essere selezionato. Si utilizza il mouse per l’inserimento dei punti, per lo spostamento dei nodi, per la traslazione di una curva,...

Anche in questa modalità è, però, richiesto l’uso della tastiera per l’immissione, ad esempio, del grado della curva, dei fattori di scala,...

Se viene selezionato il bottone “Tastiera”, tutte le operazioni di inserimento dati avvengono mediante tastiera, utilizzando la finestra “Testo”; il mouse rimane, comunque, indispensabile per la scelta delle varie opzioni proposte dai menu.

3.4 Il bottone: Help.

click1 sul bottone $\rightarrow$ si attiva l’help.

Se viene selezionato l’Help, ogni volta che l’utente deve eseguire qualche operazione, compare una finestra “Guida” tra le finestre “Curve” e “Testo”, che indica all’utente come procedere per effettuare correttamente l’operazione selezionata.

La finestra-guida si chiude automaticamente appena l’utente vi passa sopra con il mouse oppure quando deve essere aperta un’altra finestra-guida.

Il sistema disegna la selezione sul bottone, se già non c’era (cioè se l’help non era attivo).

Per disattivare l’help, è sufficiente selezionare nuovamente il corrispondente bottone.

Capitolo 4

Il bottone: File.

Se viene scelta questa opzione, si apre una nuova finestra-menu le cui voci riguardano la lettura/scrittura da/su file delle informazioni necessarie per la costruzione di una curva NURBS.

4.1 Il bottone: Carica.

In breve:

- selezionare la directory di ricerca (finestra “Testo”);
- scegliere il file da caricare digitando il nome del file oppure cliccando col tasto sinistro sul file;
- OK per confermare, ESCI per annullare.

Serve per caricare una curva memorizzata su file; viene presentato all’utente l’elenco dei file con estensione “.db” che si trovano nella directory di default “../curves”.

Vengono, inoltre, mostrati due rettangoli: il primo, che porta il titolo “DIRECTORY”, serve per l’inserimento della directory di ricerca, a

partire da quella corrente in cui il programma viene eseguito; inizialmente nel rettangolo viene visualizzato il nome ed il path della directory di default; il secondo, che porta il titolo “NOME FILE”, serve per l’inserimento del nome del file dal quale leggere i dati.

Inizialmente viene riportato “*.db”, cioè tutti i files salvati nella directory indicata; viene, poi, riportato il file selezionato.

Poiché il rettangolo a sinistra ha dimensioni limitate dall’ampiezza della finestra “Testo”, solo cinque nomi possono essere visualizzati; vengono, inoltre, mostrate due frecce, cliccando sulle quali si ottiene lo scrolling verso l’alto o verso il basso dei files contenuti nella directory indicata.

L’utente può selezionare uno dei files presenti nell’elenco in due modi:

- cliccando nel rettangolo a sinistra sulla riga corrispondente al file; il sistema evidenzia, quindi, il file scelto, riportandone il nome nel rettangolo “NOME FILE”;
- cliccando sul rettangolo “NOME FILE”, cancellandone la scritta e riscrivendo il nome del file da caricare.

L’utente può cambiare directory di ricerca, cliccando sul rettangolo “DIRECTORY” ed indicare il path di ricerca dei files.

Dopo aver battuto il tasto “ENTER”, il sistema mostra, a sinistra l’elenco dei files contenuti nella directory selezionata.

Dopo aver selezionato (eventualmente) la directory ed il file da caricare, l’utente, per confermare, deve cliccare sul bottone “OK”, presentato sempre nella finestra “Testo”; a questo punto il sistema carica i dati e disegna la curva.

Per annullare l’operazione, invece, l’utente deve cliccare sul bottone “ESCI” ed il sistema torna al menu principale.

Se il sistema trova qualche difficoltà nel caricamento del file, o perché il file non esiste, o perché non esiste la directory indicata, allora stampa un messaggio d’errore.

4.2 Il bottone: Salva.

In breve:

- selezionare la directory di ricerca (finestra “Testo”);
- scegliere il file da salvare digitando il nome del file oppure cliccando col tasto sinistro sul file;
- OK per confermare, ESCI per annullare.

Serve per salvare su file tutte le informazioni che riguardano una curva. Anche in questo caso, l’utente deve fornire il nome della directory (se diverso da quello di default) ed il nome del file.

Vengono salvati su file i punti di controllo con i relativi pesi, i punti di interpolazione/approssimazione, i nodi, il grado della curva.

4.3 Il bottone: Salva IP/AP.

In breve:

- selezionare la directory di ricerca (finestra “Testo”);
- scegliere il file da caricare digitando il nome del file oppure cliccando col tasto sinistro sul file;
- OK per confermare, ESCI per annullare.

Serve per salvare su file i punti di interpolazione/approssimazione a partire dai quali si può costruire la curva.

Ancora una volta, l’utente deve fornire il nome della directory ed il nome del file in cui registrare i dati.

4.4 Il bottone: Salva CP.

In breve:

- selezionare la directory di ricerca (finestra “Testo”);
- scegliere il file da caricare digitando il nome del file oppure cliccando col tasto sinistro sul file;
- OK per confermare, ESCI per annullare.

Serve per salvare i punti di controllo di una curva; a partire da questi sarà possibile, successivamente, costruire la curva NURBS approssimante di forma.

Le modalità d’uso sono analoghe a quelle descritte in precedenza.

Capitolo 5

Il bottone: Curve

La selezione del bottone “Curve” provoca l’apertura di un nuovo menu, le cui opzioni riguardano operazioni di carattere generale effettuabili su una curva. Cominciamo, allora, a vedere come si creano curve NURBS nel sistema XCCURV.

5.1 Il bottone: Crea

Come si può vedere nello schema di figura 2, scegliendo l’opzione “Crea” si apre un nuovo menu per le diverse modalità di creazione di una curva. In generale, una curva può essere:

- approssimante di forma di un insieme di punti (di controllo),
- interpolante di un insieme di punti (di interpolazione),
- approssimante in norma un insieme di punti (di approssimazione).

Per ognuna di queste possibilità, il sistema consente l’inserimento diretto dei punti tramite mouse o tastiera, oppure la loro lettura da file. Si ottengono, così, le sei voci del menu.

Le fasi successive della creazione della curva non si preoccupano del fatto che i punti siano stati inseriti direttamente o da file.

Perciò tratteremo insieme i due casi.

5.1.1 I bottoni: Approssimazione di Forma e CP da file

Schema per la creazione di una curva approssimante di forma:

1. Inserimento Control Points:

- | | |
|----------|--|
| Mouse | → click1 sulla finestra “Curve” nella posizione in cui si vuole siano i CP;
→ click2 aggiunge un CP coincidente con l'ultimo dato;
→ click3 per terminare. |
| Tastiera | → inserire coordinate e pesi dei CP (finestra “Testo”);
→ confermare ogni scelta battendo “Enter”;
→ OK per terminare. |
| File | → scegliere il file da caricare (“.cp”);
→ confermare la scelta battendo “Enter”;
→ OK per terminare. |

2. Inserimento grado (finestra “Testo”).

3. Scelta partizione estesa:

- nodi equidistanti;
- nodi uniformi;
- nodi periodici;
- nodi parametrizzazione della corda;
- nodi manuali → inserimento nodi;

La prima fase della creazione di una curva approssimante di forma distingue i due bottoni: da una parte l'utente è invitato a inserire i punti

The screenshot shows a window titled "Testo" with a table of control points and input fields for their coordinates. The table has four columns: "Numero", "X", "Y", and "PESI". It contains three rows of data. To the right of the table, there are input fields for "CP. N:", "X:", "Y:", and "W:", with a button labeled "ESCI" at the bottom right.

Numero	X	Y	PESI
1	0,500000	0,300000	1,000000
2	0,600000	0,200000	1,000000
3	0,600000	0,400000	

CP. N: 3

X: _ 0,6

Y: _ 0,4

W: _

ESCI

Figura 3: L'inserimento di CP da tastiera

mediante mouse o tastiera, dall'altra deve specificare il nome del file (con estensione “.cp”) da cui leggere i punti di controllo.

Per quanto concerne la lettura del file, vale quanto detto per il bottone “Carica” del menu “File”. Consideriamo più in dettaglio gli altri due tipi di inserimento dei punti di controllo.

Se l'utente preferisce usare il mouse, allora deve specificare i punti di controllo mediante click del mouse.

L'ordine di inserimento dei punti è, ovviamente, rilevante.

La finestra in cui si lavora è “Curve”.

Man mano che il cursore si muove, vengono riportate le coordinate nella finestra “Testo”; esse sono valori reali tali che:

$$-1 \leq x \leq 1 \quad -0.7 \leq y \leq 0.7$$

L'utente può, quindi, immaginare un sistema di assi cartesiani con origine nel centro della finestra.

Per inserire un punto di controllo, è sufficiente cliccare il tasto sinistro del mouse nella posizione in cui si vuole sia il punto; se l'utente clicca il tasto centrale del mouse, il punto di controllo viene inserito coincidente con il CP più vicino. Per confermare i dati immessi, si clicca il tasto destro.

Nel caso l'utente preferisca, invece, usare la tastiera, viene visualizzato uno schema nella finestra “Testo” suddiviso in due parti (come da figura 3): la prima, a sinistra, contiene l'elenco dei CP già inseriti; la seconda, a destra, aspetta le componenti del CP da inserire (coordinate x , y e

peso w).

L'utente inserisce, usando la tastiera, ciascuna componente (confermando ogni scelta con il tasto ENTER).

Quando sono state inserite le tre componenti, il sistema le riporta nell'elenco a sinistra, le cancella dalla parte destra ed attende un nuovo CP; per terminare l'inserimento, si clicca sul tasto "OK".

Se i punti vengono inseriti da tastiera o da file, il sistema si occupa di disegnare i punti sulla finestra "Curve", perciò le fasi successive sono comuni ai tre tipi di inserimento.

Fatto ciò, l'utente deve inserire il grado della curva, ovvero delle spline di base, posizionando il cursore sulla finestra "Testo"; su di essa compare un rettangolo in cui deve essere scritto il grado.

Ora si chiede all'utente di scegliere la partizione nodale; anche in questo caso compare un menu temporaneo di cui illustriamo i bottoni.

I bottoni: Nodi equidistanti e nodi periodici.

Se l'utente clicca su questi bottoni, la partizione estesa viene così costruita:

- i nodi interni vengono distribuiti uniformemente nell'intervallo $[0, 1]$. Quindi, se K è il numero dei nodi interni, compresi gli estremi (K può essere calcolato come differenza tra il numero di CP e l'ordine della curva), l' i -esimo nodo t_i è dato dalla formula:

$$t_i = \frac{i - m}{K + 1} \quad i = m, \dots, m + K + 1$$

dove m rappresenta l'ordine della curva NURBS;

- i nodi esterni vengono inseriti secondo la formula:

$$\begin{aligned} t_i &= a - (b - t_{i+K+1}) & i &= 1, \dots, m - 1 \\ t_i &= b + (t_{i-K-1} - a) & i &= K + m + 2, \dots, 2m + K \end{aligned}$$

Con questa particolare scelta dei nodi interni, risultano equidistanti anche i nodi esterni, sia nel caso di Nodi Equidistanti che nel caso di Nodi Periodici.

Il bottone: Nodi Uniformi.

In questo caso la partizione nodale viene costruita come segue:

- i nodi interni sono ancora equidistanti, come nel caso precedente;
- i nodi esterni sono coincidenti con gli estremi, cioè:

$$\begin{aligned} t_i &= 0.0 & i &= 1, \dots, m-1 \\ t_i &= 1.0 & i &= K+m+2, \dots, 2m+K \end{aligned}$$

Il bottone: Nodi Manuali.

In breve:

- Mouse $\rightarrow$ click1 per K volte sull'intervallo nodale (finestra "Spline")
- Tastiera $\rightarrow$ digitare il valore dei nodi nella finestra "Testo"

L'utente si assume l'incarico di inserire i nodi tramite mouse o tastiera. Nel primo caso, l'inserimento viene effettuato sull'intervallo parametrico mostrato nella finestra "Spline" cliccando col tasto sinistro del mouse in corrispondenza del punto in cui si vuole inserire il nodo; quando sono stati inseriti esattamente K nodi (l'inserimento riguarda solo i nodi interni), il sistema automaticamente interrompe l'input e disegna la curva (K è calcolato nel solito modo).

L'inserimento da tastiera riguarda sia i nodi interni che quelli esterni. Le modalità di interazione sono simili a quelle descritte per la lettura/scrittura da/su file: compaiono due rettangoli nella finestra "Testo": uno contiene l'elenco dei nodi aggiornato man mano che vengono inseriti, nell'altro l'utente scrive il valore reale rappresentante il punto in cui si vuole che il nodo sia inserito.

Il bottone: Nodi Parametrizzazione della Corda.

Questa opzione è utile per distribuire i nodi interni della partizione estesa Δ^* in modo da rispettare le distanze relative tra i punti di controllo, cioè per ogni nodo $\{t_i\}_{i=m+1,\dots,m+K+1}$ si calcola il valore

$\tau_i = \tau_{i-1} + d$ dove $d = \sum_{j=1}^{m-1} \|P_{i-j} - P_{i-j-1}\|_2$, cioè, ad ogni nodo associa un valore che è funzione della distanza euclidea tra $m-1$ punti di controllo. Il generico punto interno t_i è, quindi, ottenuto da:

$$t_i = \frac{\tau_i}{\tau_{m+K+1}} \quad \text{per } i = m+1, \dots, m+K+1$$

La posizione dei nodi nell'intervallo $[0, 1]$ segue, quindi, la forma della curva (anche se in modo approssimativo); i nodi saranno, cioè, più concentrati laddove i punti di controllo sono vicini, più distanziati in corrispondenza di punti di controllo lontani.

I nodi esterni sono, invece, coincidenti con 0 ed 1.

Una volta fissata la partizione, il sistema ha tutte le informazioni necessarie per la costruzione della curva NURBS approssimante di forma della poligonale inserita; può, quindi, procedere al disegno della curva.

Osservazione.

Dati i punti di controllo $\{P_i\}_{i=1,\dots,m+K}$, la curva viene definita dalle due componenti $C_1(t), C_2(t) \in R(P_m, M, \Delta, W)$; l'ordine m della R-spline si ottiene dal grado inserito dall'utente; le molteplicità dei nodi dipendono dal tipo di inserimento scelto: nei casi automatici, i nodi hanno tutti molteplicità uno; nel caso manuale dipende dalle scelte dell'utente.

Abbiamo visto come viene costruita la partizione estesa; ci rimane da descrivere il vettore dei pesi W : se i punti di controllo vengono inseriti da tastiera, allora i pesi vengono scelti dall'utente; se l'inserimento avviene tramite mouse, allora è il sistema che fissa i pesi, ponendoli uguali ad 1.

A questo punto, il sistema ha a sua disposizione tutte le informazioni necessarie; conosce, infatti:

- il grado della curva e, di conseguenza, l'ordine $m = g + 1$;
- il numero dei punti di controllo;
- il numero dei nodi;
- i punti di controllo;
- i nodi, interni ed esterni.

Può procedere, quindi, alla costruzione e visualizzazione della curva.

5.1.2 I bottoni: Interpolazione ed IP da File.

Schema per la creazione di una curva NURBS di interpolazione:

1. Inserimento punti di interpolazione:

Mouse → click1 sulla finestra “Curve” nella posizione in cui si vuole siano i punti;
→ click3 per terminare.

Tastiera → inserire coordinate (finestra “Testo”);
→ confermare ogni scelta battendo “Enter”;
→ OK per terminare.

File → scegliere il file da caricare (“.ip”);
→ confermare la scelta battendo “Enter”;
→ OK per terminare.

2. Scelta del tipo di interpolazione:

- Lagrange → inserimento del grado;
-

$$Hermite \left\{ \begin{array}{ll} Hermite P/U \rightarrow & \text{inserimento prima} \\ & \text{ed ultima derivata;} \\ Hermite \rightarrow & \text{inserimento massimo} \\ & \text{ordine delle derivate} \\ & \rightarrow \text{inserimento derivate;} \end{array} \right.$$

- Spline Periodica.

3. Scelta della parametrizzazione:

- Uniforme;
- della Corda.

4. Scelta dei pesi:

Uniformi;

Alternati;

Da tastiera → digitare il valore;
→ confermare battendo “Enter”;
→ ESCI per terminare.

Così come per le curve approssimanti di forma, anche la creazione di curve interpolanti può avvenire in tre modi: inserendo i punti di interpolazione usando il mouse, la tastiera, oppure leggendoli da file.

Le modalità di inserimento sono del tutto analoghe a quelle descritte per l'approssimazione di forma eccetto che, per quanto riguarda l'inserimento da tastiera, non devono essere inseriti i pesi poiché non vengono associati ai punti di interpolazione. I file in cui sono registrati i punti di interpolazione (e approssimazione) hanno estensione “.ip”. Se l'inserimento avviene da tastiera o da file, il sistema disegna sulla finestra “Curve” i punti di interpolazione scelti. Il passo successivo è la scelta del metodo di interpolazione. Per agevolare l'utente, il sistema mostra un menu a tre voci:

- Lagrange
- Hermite
- Spline Periodica

Descriviamo dettagliatamente ciascuna opzione.

Il bottone: Lagrange.

Dato l'insieme di punti di interpolazione $\{Q_i\}$ distinti, si cerca la curva NURBS $\underline{C}(t)$ tale che:

$$\underline{C}(t_i) = Q_i \quad i = 1, \dots, n$$

Quindi la curva deve semplicemente passare per i punti dati. Se viene scelta questa opzione, l'utente deve inserire anche il grado della curva NURBS interpolante.

Il bottone: Hermite.

Secondo il metodo di Hermite, i punti di interpolazione non sono necessariamente distinti e la curva cercata deve interpolare, oltre ai punti, anche i valori delle derivate nei punti coincidenti. È, quindi, necessario che l'utente specifichi il valore delle derivate. A questo scopo il sistema XCCURV propone due modi per costruire la spline interpolante alla Hermite, modi che corrispondono alle opzioni del menu visualizzato e che ci accingiamo a spiegare in dettaglio:

1. Il bottone: **Hermite P/U**.

Hermite P/U significa metodo di Hermite in cui gli unici due punti (inseriti dall'utente) che vengono considerati doppi sono il Primo e l'Ultimo. L'utente deve, quindi, fornire, tramite tastiera, i valori delle derivate parziali prime in questi due punti.

In definitiva, data la sequenza di punti:

$$Q_1 \equiv (x_1, y_1), Q_2 \equiv (x_2, y_2), \dots, Q_n \equiv (x_n, y_n)$$

ed i valori delle derivate prime nelle componenti x ed y associati al primo ed all'ultimo punto:

$$d_1 \equiv (d_{1x}, d_{1y}) \quad e \quad d_n \equiv (d_{nx}, d_{ny})$$

si cerca la curva NURBS $\underline{C}(t)$ di grado 3 tale che:

$$\begin{cases} \underline{C}(t_i) = Q_i & i = 1, \dots, n \text{ (passaggio per i punti)} \\ \underline{C}(t_1) = d_1 \\ \underline{C}(t_n) = d_n \text{ (interpolazione delle derivate)} \end{cases}$$

2. Il bottone: **Hermite**.

Il secondo metodo considerato è quello di interpolazione alla Hermite, in cui si associa un certo numero di derivate ad ogni punto di interpolazione. Non è un metodo generale nel senso che il numero di derivate è fissato uguale per ogni punto, mentre, nel caso generale, si può associare ad ogni punto un numero qualunque di derivate, eventualmente anche zero (interpolazione alla Lagrange). L'utente deve, quindi, inserire l'ordine massimo delle derivate (che indichiamo con $d \leq 4$) mediante tastiera e, in seguito, dovrà inserire tutte le derivate parziali Q_i^k di ordine k ($k = 0, \dots, d$) associate ad ogni punto di interpolazione. La curva NURBS cercata dovrà soddisfare le seguenti condizioni di interpolazione:

$$\begin{cases} \underline{C}(t_i) = Q_i & i = 1, \dots, n \\ \underline{C}'(t_i) = Q_i' & i = 1, \dots, n \\ \vdots \\ \underline{C}^d(t_i) = Q_i^d & i = 1, \dots, n \end{cases}$$

La curva sarà di grado $2 * d + 1$.

Il bottone: **Spline Periodica**.

Dato l'insieme di punti di interpolazione $\{Q_i\}_{i=1, \dots, n}$, si cerca la curva NURBS $\underline{C}(t)$ tale che:

$$\begin{cases} \underline{C}(t_i) = Q_i & i = 1, \dots, n \\ \underline{C}'(t_1) = \underline{C}'(t_n) \\ \underline{C}^2(t_1) = \underline{C}^2(t_n) \end{cases}$$

cioè, le derivate prima e seconda della curva agli estremi devono coincidere. Anche in questo caso si considerano solo curve NURBS cubiche.

Dopo aver scelto il tipo di curva interpolante, l'utente deve specificare il tipo di parametrizzazione.

Come abbiamo visto, il primo problema da affrontare quando si cerca la curva $\underline{C}(t)$ interpolante un insieme di punti $\{Q_i = (x_i, y_i)\}_{i=1, \dots, n}$ (dove $n = m + K$), è la scelta dei valori del parametro $t_i, i = 1, \dots, n$ in corrispondenza dei quali imporre le condizioni di interpolazione (generali):

$$\underline{C}(t_i) = Q_i \quad i = 1, \dots, n$$

Come già accennato, esistono due metodi per calcolare il parametro t_i :

- Parametrizzazione Uniforme
- Parametrizzazione della Corda

Il bottone: Parametrizzazione della Corda.

Calcola i parametri t_i in modo che la loro distribuzione nell'intervallo $[0, 1]$ corrisponda a quella dei punti Q_i nel piano euclideo, ovvero nella finestra "Curve".

Il bottone: Parametrizzazione Uniforme.

Associa ai parametri t_i , per $i = 1, \dots, n$ valori uniformemente distribuiti nell'intervallo $[0, 1]$, ovvero i t_i vengono presi equidistanziati.

All'utente viene, quindi, presentato un menu per la scelta dei pesi che devono essere associati ai punti di controllo.

Il bottone: Pesi Uniformi.

Il sistema associa ad ogni peso il valore 1.

Il bottone: Da Tastiera.

In breve:

- digitare il valore;
- confermare battendo “Enter”;
- ESCI per terminare.

L’utente deve inserire il valore del peso che viene associato ad ogni punto di controllo. A questo scopo, viene mostrata una tabella, sulla finestra “Testo”, nella quale vengono visualizzati i pesi man mano che vengono inseriti dall’utente. Se questi vuole terminare l’operazione prima del suo completamento, può cliccare sul bottone “ESCI”.

A questo punto il sistema XCCURV ha tutte le informazioni necessarie per la costruzione della curva di interpolazione, se esiste. Provvede, quindi, alla sua determinazione ed all’eventuale disegno.

5.1.3 I bottoni: Approssimazione in Norma e AP da File.

Schema per la creazione di una curva NURBS approssimante ai minimi quadrati:

1. Inserimento dei punti di approssimazione:

Mouse → click1 sulla finestra “Curve” nella posizione in cui si vuole siano i punti;
→ click3 per terminare.

Tastiera → inserire coordinate (finestra “Testo”);
→ confermare ogni scelta battendo “Enter”;
→ OK per terminare.

File → scegliere il file da caricare (“.ap”);
→ confermare la scelta battendo “Enter”;
→ OK per terminare.

2. Scelta del tipo di approssimazione:

- Approssimazione ai minimi quadrati
- Approssimazione vincolata
- Approssimazione periodica

3. Inserimento del grado della curva;

4. Scelta della parametrizzazione;

5. Scelta dei nodi:

- Automatici → inserimento numero di nodi
- Manuali → inserimento nodi

6. Scelta dei pesi;

- Uniformi
- Alternati

Ancora una volta, la prima fase della creazione di una curva NURBS di approssimazione consiste nell’inserimento dei punti da approssimare.

Come già detto per l'approssimazione di forma e l'interpolazione, i punti possono essere immessi usando il mouse o la tastiera, oppure leggendoli da file.

Se vengono inseriti tramite mouse, i punti vengono disegnati man mano che si clicca il mouse. In caso contrario, vengono visualizzati tutti in una volta dopo averli immessi da tastiera o dopo aver selezionato il file. La fase successiva sarà la scelta del tipo di curva approssimante da cercare; all'utente viene mostrato un menu comprendente le seguenti opzioni:

- Approssimazione ai minimi quadrati
- Approssimazione vincolata
- Approssimazione periodica

In ogni caso, dato l'insieme di punti $\{Q_i = (x_i, y_i)\}_{i=1, \dots, n}$, si cerca la curva NURBS $\underline{C}(t) \in R(P_m, M, \Delta, W)$, spazio di dimensione $m + K$, che renda minima la seguente espressione:

$$\sum_{i=1}^n \|\underline{C}(t_i) - Q_i\|_2^2 = \sum_{i=1}^n ((C_1(t_i) - x_i)^2 + (C_2(t_i) - y_i)^2)$$

cioè si cerca di minimizzare la distanza euclidea tra il punto Q_i ed il corrispondente punto sulla curva $\underline{C}(t_i)$.

Le opzioni “Approssimazione vincolata” e “Approssimazione periodica” impongono ulteriori restrizioni, come vedremo di seguito.

Il bottone: Approssimazione ai minimi quadrati.

Si cerca la curva che minimizza la distanza tra i punti immessi ed i corrispondenti punti sulla curva, cioè la curva che passa il più vicino possibile ai punti dati, pur mantenendo una certa regolarità.

Il bottone: Approssimazione vincolata.

Oltre a soddisfare la condizione di minima distanza espressa sopra, la curva deve passare per il primo e per l'ultimo punto inserito.

Se indichiamo con $\underline{C}(t)$ la curva e con $\{Q_i\}_{i=1,\dots,n}$ l'insieme dei punti di approssimazione, deve risultare:

$$\underline{C}(t_1) = Q_1 \quad e \quad \underline{C}(t_n) = Q_n$$

Il bottone: Approssimazione periodica.

Si impongono, in questo caso, vincoli di periodicità, oltre a quelli già visti; si cerca, cioè, la curva NURBS $\underline{C}(t)$ di ordine m tale che:

$$\begin{cases} \underline{C}(Q_1) = \underline{C}(Q_n) \\ \underline{C}'(Q_1) = \underline{C}'(Q_n) \\ \vdots \\ \underline{C}^{(m-2)}(Q_1) = \underline{C}^{(m-2)}(Q_n) \end{cases}$$

dove $\{Q_i\}_{i=1,\dots,n}$ è l'insieme dei punti inseriti.

Dopo aver scelto il tipo di curva, l'utente è invitato ad immettere, tramite tastiera, il grado della curva NURBS cercata.

L'utente deve indicare come calcolare i parametri t_i che individuano i punti della curva corrispondenti ai punti di approssimazione Q_i .

I metodi proposti dal menu "Parametrizzazione" (già analizzato in dettaglio) sono la parametrizzazione uniforme o della corda.

Il passo successivo è la scelta dei nodi della partizione estesa Δ^* .

Viene proposto all'utente un menu con le seguenti opzioni:

1. **Il bottone: Nodi Automatici.** Il sistema si incarica di scegliere i nodi che assicurano l'esistenza della curva approssimante; l'utente deve solo inserire, tramite tastiera, il loro numero.
2. **Il bottone: Nodi Manuali.** L'utente inserisce, tramite tastiera i valori dei nodi.

Si deve, quindi, indicare come assegnare i pesi ai punti di controllo, uniformi o da tastiera, scegliendo la relativa opzione del menu "pesi", di cui si è già parlato a pagina ??.

Giunti a questo punto, l'utente ha fornito tutte le informazioni necessarie per la creazione di una curva di approssimazione ai minimi quadrati.

Il sistema XCCURV si incarica della ricerca di tale curva, in particolare dei suoi coefficienti (control points); se i calcoli giungono a buon fine, il sistema disegna la curva, altrimenti stampa un messaggio d'errore.

5.2 Il bottone: Seleziona.

In breve:

click1 sulla curva da selezionare;

click3 conferma.

L'utente ha la possibilità di creare o caricare da file al massimo nove curve; solo una di esse è considerata attiva (disegnata in bianco); di essa vengono disegnate le funzioni nella finestra "Funzioni" (se sono state selezionate) e solo su di essa si possono compiere le operazioni previste dal sistema XCCURV.

L'ultima curva creata è sempre quella attiva; se si vuole, però, agire su una curva diversa basta scegliere dal menu "Curve" il tasto "Seleziona" e cliccare con il mouse vicino ad un control point della curva che si vuole rendere attiva e confermare la scelta col tasto destro del mouse; questa sequenza di operazioni fa sì che la curva selezionata diventi bianca e quella precedentemente attiva assuma il colore scelto per le curve non selezionate.

5.3 Il bottone: Riparametrizza.

Quando l'utente seleziona questo bottone, si apre un nuovo menu a finestra, i cui bottoni riguardano la scelta della tecnica di riparametrizzazione. Qualunque sia la scelta effettuata compare un secondo menù

che richiede di specificare il tipo di approssimante da usare per la tecnica di riparametrizzazione.

5.3.1 Il bottone: Raz. Lineare.

Questa opzione serve per riparametrizzare l'intera curva con una singola funzione razionale lineare.

Appare quindi il menu (9) per il tipo di approssimante da utilizzare; si noti che in questo caso le opzioni “interpC1” e “interpC0” forniscono lo stesso risultato.

La curva riparametrizzata viene in seguito ridisegnata sulla finestra “Curve”; essa non differisce dalla curva originaria, almeno dal punto di vista grafico. Se la curva originaria era mal parametrizzata si può notare uno spostamento dei nodi interni (se esistono); se si visualizzano i parametri della curva, si potrà notare una modifica dei suoi pesi.

5.3.2 Il bottone: Span.

In questo caso la curva attiva viene riparametrizzata usando una funzione lineare razionale a tratti approssimante, del tipo scelto dal menù (9).. In particolare, la curva viene spezzata in corrispondenza dei nodi già esistenti. Se la partizione nodale su cui è definita la curva non ha nodi interni, allora questo tipo di riparametrizzazione è equivalente al precedente. Se, invece, esistono nodi interni, il loro numero, generalmente, aumenta.

5.3.3 Il bottone: $\|C'(t)\|$.

Anche in questo caso viene usata una funzione lineare razionale a tratti approssimante, del tipo scelto dal menù (9) per riparametrizzare la curva. Essa viene spezzata nei tratti in cui la funzione

$$\varphi(t) = \int_0^t \|\underline{C}'(u)\|_2 du$$

cambia concavità o convessità. Infatti una singola razionale lineare essendo solo concava o convessa garantisce a tratti un'approssimazione migliore in quanto simula la forma della φ .

Al termine dell'operazione, in genere aumentano considerevolmente i nodi e i punti di controllo che definiscono la curva.

5.3.4 Il bottone: Zeri arco.

La curva viene riparametrizzata ancora una volta con una funzione razionale lineare a tratti approssimante, del tipo scelto dal menù (9). Ogni tratto è individuato da due zeri della funzione ad arco usata come test:

$$\varphi(t) = \frac{\int_0^t \|\underline{C}'(u)\|_2 du}{\int_0^1 \|\underline{C}'(u)\|_2 du} - t$$

Tale funzione esprime lo scostamento tra il paramentro t e la lunghezza dell'arco di curva ad esso corrispondente (la lunghezza dell'arco deve

essere normalizzata per assumere un valore paragonabile a t).

Per una curva ben parametrizzata (secondo la lunghezza d'arco), per ogni valore $t \in [0, 1]$ deve risultare $\varphi(t) = 0$.

Gli zeri della funzione $\varphi(t)$ così definita corrispondono a punti in cui la curva è ben parametrizzata.

L'obiettivo di questo tipo di riparametrizzazione è quello di limitare gli scostamenti che definiscono la $\varphi(t)$, in modo che essa tenda, quanto più possibile, a 0.

Anche in questo caso si può avere un aumento del numero di punti di controllo e dei nodi.

5.3.5 Il bottone: Loc. Span

In breve:

scelta del tipo di approssimante dal menù (9);

click1 su due nodi (finestra “Funzioni”).

In questo caso si può scegliere di suddividere l'intervallo parametrico in due o tre parti cliccando su due nodi. La riparametrizzazione razionale lineare viene applicata ai tratti individuati. Se si vuole interrompere l'operazione prima che venga riparametrizzata la curva, si può cliccare con il tasto destro del mouse sulla finestra “Funzioni”, naturalmente prima di inserire i due punti.

5.3.6 Il bottone: Loc. $\|C'(t)\|$

In breve:

scelta del tipo di approssimante dal menù (9);

click1 su due cerchietti (finestra “Funzioni”).

In questo caso si può scegliere di suddividere l'intervallo parametrico in

due o tre parti cliccando su due punti, visualizzati nella finestra “Funzioni” con dei cerchietti, che individuano i tratti concavi e convessi dell’ $\int_0^t \|\underline{C}'(u)\|_2 du$. La riparametrizzazione razionale lineare viene applicata ai tratti individuati.

5.3.7 Il bottone: Loc. Zeri arco

In breve:

sceita del tipo di approssimante dal menù (9);
click1 su due cerchietti (finestra “Funzioni”).

In questo caso si può scegliere di suddividere l’intervallo parametrico in due o tre parti cliccando sui punti visualizzati nella finestra “Funzioni” con dei cerchietti, che corrispondono agli zeri della funzione

$$\varphi(t) = \frac{\int_0^t \|\underline{C}'(u)\|_2 du}{\int_0^1 \|\underline{C}'(u)\|_2 du} - t$$

La riparametrizzazione razionale lineare viene applicata ai tratti individuati.

5.4 Il bottone: Disegna per punti.

Quando viene scelta questa opzione, il sistema XCCURV disegna solo alcuni punti della curva. Questi punti sono scelti in corrispondenza di valori uniformi del parametro.

Se la curva è ben parametrizzata, i punti mostrati sono equidistanti. Se i punti sono maggiormente concentrati in alcuni tratti e più distanti in altri, significa che la parametrizzazione della curva non è buona.

Per rivedere il contenuto originale della finestra “Curve” ed eliminare il disegno per punti, l’utente è invitato a cliccare per continuare.

5.5 Il bottone: Ripristina.

Questa opzione serve per ripristinare la curva che è stata soggetta a riparametrizzazione.

Se una curva ha subito più riparametrizzazioni, è possibile ritornare alla curva originaria scegliendo l'opzione "Ripristina" tante volte quante sono state le riparametrizzazioni effettuate.

Il tentativo di ripristinare una curva non riparametrizzata o una curva diversa da quella attiva, causa un messaggio d'errore.

5.6 Il bottone: Pulisci Video.

Serve per riinizializzare il sistema: viene pulito completamente il video (finestre "Curve" e "Funzioni"), vengono eliminate tutte le curve, non solo dal video ma anche dal vettore che le contiene; dopo aver premuto questo bottone il sistema XCCURV si presenta esattamente come all'inizio.

5.7 Il bottone: Suddividi.

In breve:

click1 sulla curva (nel punto in cui si vuole dividerla);
click3 conferma.

Questa opzione serve per effettuare lo splitting (suddivisione) della curva attiva.

L'utente è invitato a selezionare un punto sulla curva cliccando con il tasto sinistro del mouse; il punto scelto si accende. Se si volesse spostare il punto, sarebbe sufficiente cliccare nuovamente con il tasto sinistro: il punto precedentemente selezionato si spegne e quello nuovo

viene visualizzato. Per confermare il punto scelto, l'utente deve premere il tasto destro del mouse.

Se l'operazione di splitting non può essere effettuata con il punto selezionato, viene visualizzato un messaggio d'errore.

Se l'operazione giunge a buon fine, la precedente curva viene spezzata in due curve di cui una attiva.

5.8 Il bottone: **Cancella.**

Questa opzione serve per cancellare la curva attiva; se nessuna delle curve disegnate risulta attiva, l'operazione di cancellazione non ha alcun effetto; se, invece, una curva è attiva, essa viene eliminata dalla finestra "Curve" e dal vettore in cui sono memorizzate le informazioni ad essa relative.

La finestra "Funzioni" viene, se già non lo fosse, completamente ripulita.

In seguito alla cancellazione di una curva, nessuna delle curve presenti sullo schermo risulta attiva.

5.9 Il bottone: **Span.**

In breve:

click1 su un intervallo nodale (finestra "Funzioni");

click3 fine operazione.

Questa opzione serve per mostrare all'utente l'arco di curva corrispondente all'intervallo nodale scelto.

L'utente deve agire sull'intervallo parametrico disegnato nella finestra "Funzioni"; quando il cursore si trova in questa finestra, cambia forma per indicare che le operazioni devono essere svolte proprio lì.

Se l'utente clicca con il tasto sinistro del mouse su un intervallo nodale,

Testo										
N	NODI		CP	X	Y	W		IP	X	Y
1	0,000000		1	-0,68309	-0,27699	1,000000				
2	0,000000		2	-0,51408	0,377934	1,000000				
3	0,000000		3	0,176056	0,002347	1,000000				
4	0,000000		4	-0,42723	-0,56572	1,000000				
5	0,333333		5	0,671362	-0,20422	1,000000				

GRADO: 3
 N. NODI: 10
 N. CP: 6
 ESCI

Figura 4: La finestra Stampa Parametri

viene mostrato l'arco di curva corrispondente: vengono visualizzati due cerchietti che delimitano l'arco; su monitor a colori, inoltre, l'arco di curva e l'intervallo nodale vengono evidenziati da un colore diverso dal bianco.

L'operazione può essere ripetuta finché non viene cliccato il tasto destro del mouse.

5.10 Il bottone: Stampa parametri.

Se viene spinto questo bottone, il sistema XCCURV mostra, nella finestra "Testo", tutte le informazioni relative alla curva attiva.

Queste informazioni sono divise in tre tabelle, come si può vedere in figura 4: a sinistra viene stampato l'elenco dei nodi, al centro l'elenco dei punti di controllo ed i relativi pesi, a destra l'elenco degli eventuali punti di interpolazione o approssimazione. A destra della terza tabella vengono riportati: il grado della curva, il numero dei nodi e il numero dei punti di controllo.

Ogni tabella può mostrare al massimo cinque valori, inizialmente vi saranno i primi cinque; per vedere gli altri, l'utente può cliccare sulle frecce a lato.

Il bottone "ESCI" permette di tornare al menu principale.

Capitolo 6

Il bottone: Imposta.

Premendo il bottone “Imposta”, viene mostrato all’utente un menu le cui voci si riferiscono ad operazioni di modifica della curva NURBS attiva. Per modifica si intende, in generale, una variazione dei parametri che definiscono la curva: a volte queste variazioni possono provocare una modifica alla forma della curva, altre volte la curva rimane inalterata (ad esempio, se viene applicata la knot insertion). Tutti i cambiamenti fatti alla curva non sono definitivi finché l’utente non sceglie l’opzione “Salva Modifiche” di questo stesso menu. D’altra parte, si può sempre tornare alla situazione originale, o all’ultima situazione salvata, scegliendo l’opzione “Ripristina”.

Possiamo dividere le operazioni di modifica di una curva in quattro gruppi:

- Trasformazioni: si applica una funzione di trasformazione (traslazione, scala, rotazione) alla curva, ovvero ai suoi punti di controllo.
- Knots: si modifica la curva variando la partizione nodale.
- Control Points: la modifica della curva risulta dal cambiamento del poligono di controllo.
- Modifica di forma: sono raggruppate sotto questa voce tutte le modifiche automatiche alla forma della curva; questo significa che

l'utente deve specificare solo come deve diventare la curva ed il sistema si incarica di modificarne i parametri affinché la curva assuma la forma richiesta.

Analizziamo, ad uno ad uno, i bottoni che compongono il menu “Imposta”.

6.1 Il bottone: Trasformazioni.

Quando si preme questo bottone, il sistema mostra un altro menu che indica le possibili operazioni di trasformazione, che andiamo a descrivere.

6.1.1 Il bottone: Traslazione.

In breve:

- Inserimento del centro di traslazione:

Mouse → click1 nel punto scelto
→ click3 conferma

Tastiera → digitare le coordinate (finestra “Testo”).
→ battere “Enter” per confermare ogni scelta;

- Direzione Traslazione e sua ampiezza:

Mouse → click1 sul punto di arrivo
→ click3 conferma

Tastiera → digitare le coordinate del punto di arrivo
(finestra “Testo”);
→ battere “Enter” per confermare ogni scelta;

Serve per traslare la curva dalla sua posizione attuale a quella indicata dall'utente.

Il sistema disegna sullo schermo solo la poligonale relativa alla curva attiva oppure solo la curva attiva a seconda che venga usato il mouse o la tastiera. L'utente deve specificare dapprima il centro di traslazione; lo può fare in due modi a seconda che sia attivo il mouse o la tastiera:

- cliccando un punto sulla finestra “Curve” con il tasto sinistro del mouse e confermando col destro; l'utente può cliccare più volte con il tasto sinistro, spostando il centro di traslazione, prima di confermare; solo l'ultimo punto evidenziato viene considerato il centro;
- mediante tastiera, devono essere digitate le coordinate del centro di traslazione.

Nel passo successivo l'utente dovrà specificare la direzione di traslazione e la sua “ampiezza”; si potrebbe immaginare di applicare un vettore $\underline{v}$ al centro di traslazione, la cui direzione e il cui verso rappresentano la direzione ed il verso di traslazione, il suo modulo è la distanza tra ogni punto della curva originaria ed il corrispondente punto della curva traslata.

Per specificare queste informazioni, è sufficiente indicare il punto “di arrivo” del vettore $\underline{v}$.

Anche questo può essere fatto in due modi:

- cliccando col tasto sinistro del mouse sul punto: vengono disegnate la curva e la sua poligonale nella nuova posizione; l'utente può trascinare la curva avanti e indietro sullo schermo continuando a cliccare col tasto sinistro. Quando ha individuato la posizione desiderata, può confermare col tasto destro;
- fornendo, mediante tastiera, le coordinate del punto “di arrivo”.

Al termine dell'operazione, la finestra “Curve” viene ridisegnata così com'era prima della traslazione, ad esclusione della curva attiva che si

troverà nella nuova posizione; anche gli eventuali grafici della finestra “Funzioni” vengono aggiornati.

6.1.2 Il bottone: Scala.

In breve:

- Inserimento del centro di scala:

Mouse → click1 nel punto scelto
→ click3 conferma

Tastiera → digitare le coordinate (finestra “Testo”).
→ battere “Enter” per confermare ogni scelta;

- Inserimento dei fattori di scala x ed y :

→ digitare i fattori di scala (finestra “Testo”).
→ battere “Enter” per confermare ogni scelta;

Quest’opzione serve per scalare la curva attiva, ovvero per modificarne le dimensioni (ridurla o ingrandirla) pur lasciandone invariata la forma (si veda quanto detto al paragrafo ??).

Sullo schermo viene mostrata solo la curva attiva.

L’utente, per prima cosa, deve inserire il centro di scala e lo può fare sia con il mouse che con la tastiera: non ci dilunghiamo nella spiegazione poiché le modalità di inserimento sono del tutto analoghe a quelle della traslazione.

Il passo successivo consiste nell’inserimento, questa volta solo da tastiera, dei fattori di scala relativi alle due direzioni x ed y ; il fattore di scala è un numero reale $\neq 0$ che indica di quante volte deve essere ingrandita(>1)/rimpicciolita(<1) la curva. Ad esempio, per ottenere una curva che sia la metà di quella attiva, si deve fornire il fattore 0.5 sia per x che per y .

6.1.3 Il bottone: Rotazione.

In breve:

- Inserimento del centro di rotazione:

Mouse → click1 nel punto scelto
→ click3 conferma

Tastiera → digitare le coordinate (finestra “Testo”);
→ battere “Enter” per confermare ogni scelta;

- Inserimento angolo di rotazione in gradi:

→ digitare l’angolo di rotazione in gradi
(finestra “Testo”).
→ battere “Enter” per confermare;

Quest’opzione ha lo scopo di ruotare la curva attiva attorno ad un centro di un certo angolo.

In primo luogo, quindi, l’utente deve inserire il centro di rotazione usando il mouse o la tastiera con modalità analoghe a quelle descritte in precedenza; in seguito, deve inserire, mediante tastiera, l’angolo di rotazione espresso in gradi.

Al termine dell’immissione di queste informazioni, il sistema è in grado di ruotare la curva e di presentarla all’utente nella sua nuova posizione, insieme a tutte le altre curve presenti sullo schermo, nonché ai grafici, eventualmente modificati, della finestra “Funzioni”.

6.2 Il bottone: *Degree_rais*.

Se l’utente sceglie questa opzione il sistema XCCURV applica l’algoritmo di elevamento di 1 grado alla curva attiva; la forma della curva resterà inalterata, mentre cambierà completamente la sua rappresentazione;

ora infatti avrà il grado elevato di 1, i nodi con differenti molteplicità e i punti di controllo diversi.

Per effettuare un elevamento di grado maggiore di 1 si usi ripetutamente questa opzione.

6.3 Il bottone: Knots.

Se l'utente sceglie questa opzione, il sistema XCCURV visualizza il menu corrispondente, le cui voci si riferiscono alle possibili modifiche della partizione estesa. Tali modifiche portano, in alcuni casi, variazioni della forma della curva, in genere non prevedibili dall'utente; sono, quindi, di limitata applicabilità.

La voce “Molteplicità”, se viene usato il mouse, non comporta alterazioni della partizione nodale, ma solo una sua analisi.

Per ciascuna voce del menu, l'utente deve interagire con la finestra “Funzioni”, in particolare sull'intervallo nodale (disegnato in basso).

Descriviamo, nel dettaglio, come deve comportarsi a seconda dell'opzione scelta.

6.3.1 Il bottone: Inserisci.

In breve:

Mouse → click1 nella posizione in cui si vuole inserire il nodo
(finestra “Funzioni”);
→ click3 conferma.

Tastiera → digitare il valore del nodo (finestra “Testo”);
→ battere “Enter” per confermare;
→ ESCI per terminare.

L'inserimento di un nuovo nodo compreso tra 0 e 1 può avvenire mediante mouse o da tastiera:

- Mouse.

L'utente deve spostare il cursore sulla finestra "Funzioni"; per evidenziare che si deve operare proprio su questa finestra, il cursore cambia forma.

Per inserire un nodo, si deve cliccare col tasto sinistro del mouse sul segmento che rappresenta l'intervallo parametrico $[0, 1]$; subito viene disegnato un pallino bianco che rappresenta il nodo inserito.

L'operazione può essere ripetuta per inserire più nodi; per terminare bisogna cliccare il tasto destro del mouse.

Ad ogni nodo viene applicata la tecnica della knot insertion: in corrispondenza di esso viene aggiunto un punto di controllo in modo da lasciare inalterata la forma della curva. L'inserimento di un nodo non ha, quindi, l'obiettivo di modificare la curva, bensì di avvicinare la poligonale alla curva.

- Tastiera.

Viene visualizzata, nella finestra "Testo", una tabella contenente l'elenco dei nodi della partizione estesa (interni ed esterni); a fianco, viene disegnato un rettangolo in cui l'utente digita il valore del nodo da inserire.

Una volta premuto ENTER, il nodo viene immediatamente inserito nella partizione e visualizzato nella tabella nella giusta posizione (i nodi sono in ordine crescente); a questo punto, il sistema è pronto a ricevere un altro nodo. Per terminare, basta cliccare sul tasto "ESCI".

Se l'utente avesse scelto quest'opzione per sbaglio, gli è possibile tornare al menu principale semplicemente cliccando il tasto destro del mouse o sul bottone "ESCI" da tastiera senza aver inserito alcun nodo.

6.3.2 Il bottone: Sposta.

In breve:

Mouse → click1 sul nodo da spostare fino alla nuova posizione (finestra “Funzioni”);
→ click3 conferma.

Tastiera → selezionare il nodo da spostare
(finestra “Testo”);
→ digitare il nuovo valore;
→ battere “Enter” per confermare;
→ ESCI per terminare.

Quest’opzione serve per spostare un nodo, già esistente, dalla sua posizione attuale a quella specificata dall’utente; per fare ciò, si può usare il mouse o la tastiera.

- Mouse.

Per spostare un nodo interno, l’utente deve cliccare su tale nodo con il tasto sinistro del mouse; sempre tenendolo premuto, si sposta il cursore sull’intervallo disegnato sulla finestra “Funzioni”, il tasto va lasciato solo quando si trova nel punto desiderato.

L’operazione può essere ripetuta su altri nodi; per tornare al menu principale si deve cliccare il tasto destro del mouse.

- Tastiera.

L’interazione, naturalmente, avviene con la finestra “Testo”; in essa il sistema visualizza sulla sinistra l’elenco dei nodi esistenti e a destra un rettangolo per l’inserimento.

L’utente, innanzitutto, deve indicare quale nodo vuole spostare; per farlo, deve cliccare nella tabella di sinistra sulla riga in cui si trova il nodo; questo viene evidenziato e il suo valore viene riportato nel rettangolo a destra.

Per spostarlo è sufficiente cancellare, anche parzialmente, il suo

valore attuale e digitare il nuovo valore; quando si batte ENTER, il nodo viene cancellato dalla sua posizione attuale ed inserito in quella scelta.

L'operazione può essere ripetuta su altri nodi; per tornare al menu principale si deve cliccare col tasto sinistro del mouse sul bottone "ESCI".

Si noti che ogni singola modifica non ha alcuna ripercussione né sul disegno della curva, né sui grafici della finestra "Funzioni"; solo dopo la conferma delle operazioni effettuate si provvede al ridisegno della curva e dei grafici ad essa relativi.

6.3.3 Il bottone: Cancella.

In breve:

Mouse → click1 sul nodo da cancellare (finestra "Funzioni");
→ click3 conferma.

Tastiera → selezionare il nodo da cancellare (finestra "Testo");
→ battere "ELIMINA" per confermare;
→ ESCI per terminare o annullare l'operazione.

Serve per cancellare un nodo compreso tra 0 ed 1; la cancellazione avviene utilizzando l'algoritmo di knot removal, che elimina un nodo ed il corrispondente CP, ricalcolando la poligonale in modo che la forma della curva non cambi. Non è sempre possibile rimuovere un nodo; l'insuccesso non viene segnalato e la partizione nodale e i punti di controllo restano gli stessi.

La cancellazione può essere effettuata sia da mouse che da tastiera:

- Mouse.

L'utente deve indicare al sistema il nodo da cancellare cliccando con il tasto sinistro del mouse sopra di esso (nell'intervallo nodale

mostrato nella “Funzioni”).

L’operazione può essere ripetuta per altri nodi interni; per terminare si clicchi il tasto destro del mouse.

Solo a questo punto gli effetti della cancellazione vengono mostrati: viene ridisegnata la curva a cui mancheranno i punti di controllo corrispondenti ai nodi cancellati e i grafici della finestra “Funzioni” vengono aggiornati di conseguenza.

- **Tastiera.**

Compare, sulla sinistra della finestra “Testo”, una tabella contenente l’elenco dei nodi della partizione estesa; per selezionare il nodo da cancellare, l’utente deve cliccare in questa tabella sulla riga corrispondente al nodo. Il sistema evidenzia, quindi, il nodo e lo riporta nel rettangolo a destra; se, a questo punto, l’utente vuole effettivamente eliminare il nodo selezionato, allora deve cliccare sul bottone “ELIMINA”, altrimenti può cliccare sul bottone “ESCI” ed annullare l’operazione. È possibile, seguendo i passi appena descritti, cancellare più di un nodo prima di terminare cliccando il bottone “ESCI”. A questo punto, il sistema ridisegna la curva ed i grafici ad essa relativi, tenendo conto della cancellazione avvenuta.

Il bottone: Molteplicità.

In breve:

click1 sul nodo di cui si vuole conoscere la molteplicità;

click3 per terminare.

Questa opzione serve all’utente per ottenere informazioni sulla molteplicità dei nodi; può essere eseguita solo mediante mouse.

Per conoscere la molteplicità di un nodo, l’utente deve cliccare con il tasto sinistro sulla sua rappresentazione nell’intervallo nodale che si trova nella finestra “Funzioni”. In seguito al click, viene mostrato,

sotto il nodo, un valore che indica il numero di nodi coincidenti che si trovano in quel punto. L'operazione può essere reiterata per tutti i nodi della partizione, finché l'utente non decide di terminare, cliccando con il tasto destro.

Essendo un'operazione di tipo informativo piuttosto che di modifica, al termine non si nota alcuna variazione nel sistema.

6.4 Il bottone: **Control Points**.

Quando l'utente sceglie quest'opzione, il sistema mostra un menu le cui voci riguardano le possibili modifiche da apportare al poligono di controllo. Come conseguenza di tali modifiche, può variare la forma della curva. Dopo che l'utente ha selezionato una delle opzioni del menu "Control Points", vengono eliminate dallo schermo tutte le curve ad esclusione di quella attiva, soggetta alle modifiche.

Analizziamo, quindi, le voci che compongono questo menu.

6.4.1 Il bottone: **Inv_Knot_Ins**.

In breve:

Mouse → click1 su un segmento di poligonale;
→ click3 per confermare.

Tastiera → click sulla tabella dei CP per la scelta della posizione in cui si vuole inserire il punto;
→ digitare le coordinate ed il peso del nuovo CP;
→ battere "Enter" per confermare ogni scelta;
→ ESCI per terminare.

Realizza la tecnica inversa alla knot insertion.

Può essere eseguita usando sia il mouse che la tastiera.

- Mouse.

L'utente specifica il punto da inserire nel poligono di controllo cliccando, con il tasto sinistro, su un segmento di poligonale. Se non è soddisfatto della posizione del punto, può ancora spostarlo, cliccando su un altro punto. Per terminare e confermare la scelta effettuata, è necessario cliccare con il tasto destro.

Il sistema XCCURV provvede a inserire, nella partizione nodale, un nuovo nodo in modo tale che il punto selezionato compaia come nuovo punto di controllo. Ovviamente, gli altri punti di controllo cambieranno la loro posizione in conseguenza di tale inserimento. Ricordiamo che, invece, la curva non cambia: la tecnica inversa alla knot insertion, infatti, ha lo scopo di inserire un nuovo punto di controllo in modo che la curva non venga alterata.

- Tastiera.

Compare, nella finestra “Testo”, una tabella con l'elenco dei punti di controllo e un rettangolo per l'inserimento dei dati.

L'utente deve, innanzi tutto, indicare la posizione in cui vuole inserire il nuovo punto di controllo; per farlo, deve cliccare nella corrispondente posizione nella tabella dei punti di controllo. Si apre, quindi, un “buco”, cioè i valori vengono spostati in basso, in modo che la posizione selezionata possa accogliere il nuovo punto. L'utente deve, in seguito, inserire le coordinate e il peso del nuovo punto di controllo. Dopo aver battuto “ENTER”, per l'immissione della coordinata y , il sistema verifica se i valori inseriti corrispondono ad un punto della poligonale; se così è, attende l'inserimento del peso, quindi inserisce il punto nella poligonale e lo visualizza nella tabella, altrimenti stampa un messaggio d'errore e si aspetta un nuovo punto.

L'utente può inserire altri punti seguendo i passi appena descritti; per terminare, deve cliccare sul bottone “ESCI”.

Osservazione.

In realtà, il sistema inserisce un punto sulla poligonale, intersezione tra

segmento e retta perpendicolare, perciò può essere diverso dal punto inserito.

Se i punti di controllo sono stati inseriti correttamente, viene modificato il disegno della curva, della poligonale, dell'intervallo nodale e dei grafici relativi alla curva.

6.4.2 Il bottone: Inserisci.

In breve:

Mouse:

- click1 per inserire il punto tra altri due già esistenti; click3 conferma;
- click2 sul primo (ultimo) punto per inserire il nuovo in testa (coda); click3 conferma.

In ogni caso:

- click1 nella posizione scelta per il nuovo punto;
- click3 conferma.

Tastiera → selezionare la posizione in cui inserire il nuovo punto (finestra “Testo”);
→ digitare le coordinate ed il peso del nuovo CP;
→ battere “Enter” per confermare ogni scelta;
→ ESCI per terminare o annullare l’operazione.

Quest’opzione consente all’utente di inserire un nuovo punto di controllo in una posizione qualsiasi, senza usare la tecnica inversa della knot insertion e, di conseguenza, apportando modifiche alla forma della curva. È possibile usare sia il mouse che la tastiera:

- Mouse.

Un nuovo punto di controllo può essere inserito:

1. all’inizio;
2. alla fine;
3. tra due altri punti.

Se si vuole aggiungere un punto in testa (od in coda) alla poligonale, si deve selezionare il primo (o l’ultimo) CP con il tasto

centrale del mouse e confermare la scelta col destro; finché non si conferma, si può ritornare sulle proprie decisioni, scegliendo un altro punto.

Se l'utente vuole, invece, aggiungere un punto tra altri due CP della poligonale, deve selezionare il segmento avente per estremi i due punti tra cui si vuole inserire il nuovo CP, cliccandovi sopra con il tasto sinistro del mouse e confermando col destro.

Il passo successivo è l'individuazione del punto da inserire: in ognuno dei casi sopra esposti, l'utente deve selezionare il punto col tasto sinistro e confermare l'inserimento col destro.

Anche in questa operazione l'utente può tornare sui propri passi e selezionare un altro punto, purché lo faccia prima di confermare. A questo punto, il sistema provvede all'inserimento del punto selezionato nella poligonale, alla determinazione della curva approssimante di forma della nuova poligonale ed al suo disegno.

- **Tastiera.**

L'inserimento da tastiera è sostanzialmente analogo alla corrispondente operazione usando la tecnica inversa alla *knot insertion*. In pratica, l'utente seleziona la posizione in cui inserire il nuovo CP secondo le modalità spiegate nel paragrafo precedente, quindi inserisce le coordinate ed il peso del punto, che può trovarsi in una posizione qualunque dello schermo piuttosto che sulla poligonale. Come per l'inserimento da mouse, il sistema provvede al disegno della curva approssimante di forma della nuova poligonale.

6.4.3 Il bottone: Sposta.

In breve:

Mouse → click1 sul punto da spostare;
 → click3 conferma;
 → click1 nella nuova posizione;
 → click3 conferma.

Tastiera → selezionare il punto cliccando sulla tabella dei CP
 (finestra “Testo”);
 → digitare le nuove coordinate;
 → battere “Enter” per confermare;
 → ESCI per terminare.

Serve per spostare un punto di controllo dalla sua posizione attuale ad un'altra posizione specificata dall'utente; ovviamente questo spostamento provoca una variazione della forma della curva.

Lo spostamento è realizzabile sia mediante tastiera che con il mouse.

- Mouse.

Quando l'utente sceglie questa opzione, vengono eliminate dalla finestra “Curve” tutte le curve ad esclusione di quella attiva su cui l'utente agisce.

Per prima cosa, deve essere selezionato il punto che si vuole spostare, cliccandovi col tasto sinistro del mouse; se si dovesse cambiare idea, si può selezionare un altro punto col tasto sinistro; per confermare si clicchi il tasto destro.

L'utente deve, ora, indicare la nuova posizione del punto; per farlo è sufficiente che clicchi con il tasto sinistro su un punto della finestra “Curve”.

Il sistema determina e disegna la curva approssimante di forma della nuova poligonale, in modo che l'utente possa vedere il risultato delle proprie modifiche.

Se tale risultato non fosse soddisfacente, l'utente può cambiare ancora la posizione del punto di controllo cliccando col tasto sinistro.

Infine, quando le modifiche apportate sono quelle desiderate, può confermare con il tasto destro e tornare al menu principale.

Il sistema ridisegna tutte le curve presenti sul video prima di iniziare l'operazione.

- **Tastiera.**

A differenza di quanto avviene usando il mouse, mediante tastiera è possibile spostare più punti senza dover tornare, ad ogni modifica, al menu principale; non è, però, possibile vedere immediatamente l'effetto dello spostamento di un CP poiché la curva viene disegnata solo al termine dell'operazione.

Lo schema presentato all'utente è simile a quelli analizzati in precedenza: a sinistra compare, nella finestra "Testo", una tabella con l'elenco dei punti di controllo ed i corrispondenti pesi, a destra viene disegnato un rettangolo per l'input.

L'utente deve selezionare il punto da spostare cliccando col tasto sinistro del mouse sulla tabella, nella riga corrispondente al punto desiderato; le coordinate del punto ed il suo peso vengono mostrate nel rettangolo a destra. L'utente può modificare, ad una ad una, le coordinate ed il peso semplicemente cancellando il valore mostrato ed inserendo il nuovo valore; se uno dei valori non deve essere modificato, basta che l'utente dia "ENTER" senza cambiarlo.

Per concludere, si spinge il bottone "ESCI"; solo a questo punto, come già detto, il sistema ridisegna la curva e mostra gli effetti della modifica di uno o più punti di controllo.

6.4.4 Il bottone: Cancella.

In breve:

- Mouse → click1 sul punto da cancellare;
 → click3 conferma;

- Tastiera → selezionare il punto cliccando sulla tabella dei CP
 (finestra “Testo”);
 → ELIMINA per confermare;
 → ESCI per terminare.

Quest’opzione consente all’utente di eliminare un punto di controllo; ciò porta, naturalmente, alla modifica della forma della curva.

Anche quest’operazione può essere eseguita sia con il mouse che con la tastiera; in entrambi i casi, risulta abbastanza semplice perché l’utente deve semplicemente indicare al sistema quale punto vuole eliminare.

- Mouse.

L’utente deve cliccare col tasto sinistro in prossimità del punto di controllo che desidera cancellare; può ripetere la selezione su diversi punti, ma solo l’ultima selezione prima della conferma (click col tasto destro) viene considerata.

A questo punto, il sistema XCCURV può determinare e disegnare la curva approssimante di forma della poligonale ottenuta eliminando il CP selezionato.

- Tastiera.

Ancora una volta, lo schema che si presenta all’utente è costituito dalla tabella dei punti di controllo e dal rettangolo per evidenziare il punto selezionato. Compaiono, però due bottoni: “ELIMINA” ed “ESCI”. Il primo serve per confermare l’eliminazione del punto scelto cliccando col mouse sulla riga ad esso corrispondente nella tabella, il secondo per terminare l’operazione e tornare al menu

principale.

Si possono cancellare diversi punti prima di cliccare sul tasto “ESCI”, ripetendo le operazioni di selezione e conferma dell’eliminazione; al termine, il sistema ridisegna la nuova curva e la poligonale ad essa relativa.

6.4.5 Il bottone: Modifica Peso.

In breve:

Mouse → click1 sul punto di cui si vuole modificare il peso;
→ click3 conferma;
→ click1 sul valore che si vuole assegnare al peso
(finestra “Testo”);
→ click3 conferma.

Tastiera → selezionare il punto cliccando sulla tabella dei CP
(finestra “Testo”);
→ digitare il nuovo valore del peso;
→ battere “Enter” per confermare;
→ ESCI per terminare.

Questa opzione può essere utilizzata dall’utente per modificare il peso associato ad un punto di controllo, lasciando invariata la posizione del punto stesso.

Come è noto, la variazione di un peso comporta la modifica della forma della curva; in particolare sappiamo che:

- se un peso aumenta, la curva tende ad avvicinarsi al punto di controllo a cui esso è associato;
- se un peso diminuisce, la curva tende ad allontanarsi dal corrispondente punto di controllo.

A parte questi risultati generali, l'utente non può conoscere la forma assunta dalla curva in seguito al cambiamento di un peso; per questo motivo, l'opzione "Modifica Peso" risulta di limitata utilità.

Vedremo più avanti alcune tecniche automatiche di modifica di forma, messe a disposizione dal sistema XCCURV, in cui l'utente specifica come deve diventare la curva ed il sistema si preoccupa di modificarne, di conseguenza, i parametri.

La modifica "manuale" di un peso può essere effettuata usando la tastiera od il mouse:

- Mouse.

L'utente deve, inizialmente, selezionare il punto di controllo di cui desidera modificare il peso; a questo scopo, deve cliccare, con il tasto sinistro, in prossimità del punto; per confermare deve cliccare con il tasto destro. Ora, il sistema disegna nella finestra "Testo" due linee orizzontali, divise in dieci segmenti: la prima riporta valori compresi nell'intervallo $[0, 1]$, la seconda nell'intervallo $[1, 100]$.

L'utente deve cliccare, sempre col tasto sinistro, su una delle due linee, nella posizione corrispondente al valore che vuole assegnare al peso del punto selezionato; per confermare la scelta, deve cliccare col tasto destro.

Il sistema disegna la curva approssimante di forma della poligonale ottenuta modificando il peso secondo le indicazioni dell'utente.

- Tastiera.

Ancora una volta, viene presentato, nella finestra "Testo", uno schema composto dall'elenco dei punti di controllo a sinistra ed un rettangolo per l'inserimento a destra.

L'utente deve selezionare un punto, cliccando sulla riga ad esso corrispondente nella tabella; il sistema mostra il suo peso nel rettangolo di destra. L'utente può, quindi, modificarne il valore, cancellando quello corrente ed inserendo quello nuovo; quando batte "ENTER", il nuovo peso viene riportato nella tabella ed

il sistema è pronto a ripetere l'operazione su un altro punto di controllo. Per uscire, l'utente deve cliccare sul bottone "ESCI". A questo punto, viene ridisegnata la curva tenendo conto delle modifiche apportate ai pesi.

6.5 Il bottone: Modifica forma.

Come già accennato in precedenza, obiettivo di questa opzione è la realizzazione di alcune tecniche “automatiche” di modifica della forma della curva attiva; “automatica” significa che l’utente, oltre a scegliere il tipo di tecnica, deve solo specificare come deve diventare la curva, lasciando al sistema il compito di modificare in modo opportuno alcuni dei parametri che definiscono la curva, quali i punti di controllo o i loro pesi.

Le tecniche presentate sono, da una parte, utili all’utente, perché non deve fare modifiche delle quali non conosce gli effetti, dall’altra parte presentano un’interfaccia più complessa, cioè l’utente deve svolgere una serie di passi per fornire al sistema tutte le informazioni necessarie per cambiare la curva.

Proprio a causa di questa difficoltà, le tecniche automatiche non possono essere eseguite usando la tastiera, ma solo tramite mouse.

Analizziamole ad una ad una.

6.5.1 Il bottone: Mod. 1 peso.

Schema per la modifica automatica di un peso:

- click 1 sulla curva (S);
click 3 conferma;
- click 1 su un CP o in una posizione qualunque (P_k) $\implies$ segmento $\overline{MP_k}$ sulla retta SP_k
- click 1 su segmento $\overline{MP_k}$;
click 3 conferma

Serve per modificare un solo peso, e tirare o spingere la curva da/verso il punto di controllo corrispondente.

L'utente deve, innanzitutto, cliccare, con il tasto sinistro, un punto sulla curva (S), che verrà evidenziato disegnando un cerchietto. Può confermare la scelta con il tasto destro; finché non conferma, può spostare il punto sulla curva cliccando con il sinistro: il punto scelto in precedenza viene “spento” e quello nuovo viene evidenziato.

Dopo aver confermato il punto S , deve selezionare un punto di controllo (P_k), oppure un altro punto P . In questo caso si prende il punto di intersezione tra la retta passante per P ed S , e la poligonale: questo punto viene inserito nella poligonale come nuovo punto di controllo P_k usando la tecnica inversa alla knot insertion. Il sistema disegna quindi una retta passante per i punti S e P_k . Per la selezione del punto di controllo non serve confermare: la prima scelta è quella che viene considerata dal sistema. Successivamente, l'utente deve scegliere, sempre cliccando con il tasto sinistro, un punto (S^*) sul segmento $\overline{MP_k}$. Questo punto rappresenta lo spostamento del punto S , e della curva, fino ad arrivare nella posizione occupata da S^* .

Non appena l'utente seleziona il punto S^* , il sistema calcola il nuovo peso del punto di controllo P_k , affinché la curva possa passare per S^* e disegna la curva. L'utente può selezionare un altro punto sulla retta passante per S e P_k , e il sistema determina e disegna la curva passante per questo punto. Infine, quando l'utente ha trovato la forma della curva desiderata, può confermare e terminare cliccando con il tasto destro.

6.5.2 Il bottone: Mod. 2 pesi

Schema per la modifica automatica contemporanea di due pesi:

- click 1 su un CP (P_r);
- click 3 conferma;
- click 1 su un CP (P_s);
- click 3 conferma;

- click 1 sul segmento $\overline{MQ}$;
- click 3 conferma.

Questa opzione può essere usata per raddrizzare o torcere la curva, azioni che richiedono la modifica dei pesi associati a due punti di controllo.

Anche questa volta il sistema mostra solo la curva attiva, che sarà soggetta alle modifiche.

Il primo passo consiste nella selezione di due punti di controllo, non necessariamente contigui ma neanche troppo lontani tra loro. Per selezionare ciascun punto di controllo, l'utente deve cliccare in sua prossimità con il tasto sinistro e confermare con il destro; finché non conferma, può ripetere la selezione annullando la precedente.

Dopo aver confermato il secondo punto, il sistema calcola, e mostra: il punto della curva S che verrà spostato in seguito alla modifica dei pesi; il punto M che appartenerrebbe alla curva se i punti di controllo scelti avessero peso nullo; il punto Q , intersezione tra la retta passante per i due punti di controllo e la retta passante per M ed S .

Disegna, inoltre, quest'ultima retta, che rappresenta la direzione ideale di spostamento del punto S per mantenere una certa simmetria nella curva.

Per chiarire la situazione, riportiamo nella figura 5 un esempio della videata che viene presentata all'utente.

Giunti a questo punto, l'utente deve spostare il punto S all'interno del triangolo avente per estremi i due punti di controllo e il punto M . Per spostare S , è sufficiente cliccare con il tasto sinistro sulla finestra "Curve": immediatamente il sistema calcola i nuovi pesi da associare ai punti di controllo scelti, in modo che la curva passi per il punto su cui si è cliccato.

L'utente può ripetere l'operazione, cliccando in punti diversi della finestra (purché entro il triangolo di cui si è parlato), modificando la curva

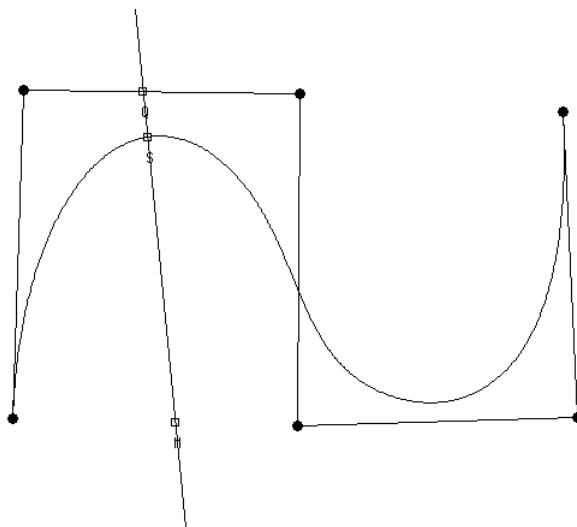


Figura 5: La modifica automatica di due pesi

a suo piacimento. Infine, per confermare la forma scelta, deve cliccare col tasto destro.

6.5.3 Il bottone: Sposta CP.

Schema per lo spostamento automatico di un control point:

- click 1 sulla curva (S);
- click 3 conferma;
- click 1 su retta per $\overline{SP_k}$;
- click 3 conferma.

Quest'opzione ha lo scopo di spostare un punto di controllo in una posizione tale che la curva possa passare per un punto indicato dall'utente. È abbastanza simile alla corrispondente opzione del menu Control Point, a parte il fatto che in quel caso l'utente agisce sul punto di controllo, senza sapere l'effetto che lo spostamento produce sulla curva, mentre

in questo caso specifica direttamente come deve diventare la curva e il sistema calcola, di conseguenza, il nuovo punto di controllo.

Per realizzare lo spostamento, l'utente deve, dapprima, scegliere un punto sulla curva cliccando con il tasto sinistro. Finché non conferma con il destro, può ripetere la selezione, annullando la precedente.

Il sistema determina, quindi, il punto di controllo più vicino al punto scelto, e disegna una retta, passante per il punto sulla curva e per il punto di controllo, che rappresenta la direzione di spostamento.

L'utente può, dunque, cliccare, sempre con il tasto sinistro, un punto sulla retta: il punto di controllo viene automaticamente spostato in modo che la curva passi per il punto selezionato. L'utente può modificare la curva continuando a cliccare sulla retta. Infine, cliccando con il destro, conferma la posizione del punto di controllo e la forma della curva.

6.5.4 Il bottone: Locale.

Schema per la modifica locale di una curva:

- click 1 sulla curva;
- click 1 sulla curva;
- click 3 conferma;
- click 1 per spostare CP;
- click 3 conferma.

Lo scopo di questa opzione è di limitare la modifica di forma di una curva ad un suo arco di dimensioni relativamente piccole.

In generale, infatti, tutte le modifiche di forma riguardano un arco piuttosto che l'intera curva: se, però, l'utente vuole restringere ulteriormente gli effetti di tali modifiche, può ricorrere all'opzione Locale.

L'utente deve scegliere, cliccando con il tasto sinistro del mouse, due punti sulla curva, estremi dell'arco soggetto a modifica. Dopo ogni selezione, può confermare con il tasto destro.

Quindi, il sistema inserisce, nell'arco individuato, $m + 1$ punti di controllo corrispondenti ad altrettanti nodi ($m + 1$ è il grado della curva). Inoltre, crea una cosiddetta “manopola”, cioè un punto di controllo, tra quelli inseriti, che può essere spostato dall'utente, cliccando con il tasto sinistro del mouse, per modificare la forma della curva nell'arco selezionato.

Per confermare le modifiche effettuate, l'utente deve confermare con il tasto destro.

6.6 I bottoni: Salva Modifiche e Ripristina.

Come abbiamo già accennato, le modifiche che vengono apportate alla curva attiva non sono definitive, cioè si possono facilmente eliminare, tornando alla curva di partenza utilizzando l'opzione “Ripristina”; se, invece, l'utente vuole renderle definitive, può scegliere l'opzione “Salva Modifiche”. Le opzioni del menu “Imposta” che servono per la modifica della curva, non consentono, a volte, di tornare al menu principale senza aver agito sulla curva. Eventualmente, in questi casi, si può tornare, mediante l'opzione “Ripristina”, alla curva di partenza, così come era stata creata o salvata dall'ultima “Salva Modifiche”. Se la curva aveva, però, subito altre variazioni oltre quella indesiderata, sarà necessario rieseguire tutte le operazioni di modifica perdute.

Capitolo 7

Il bottone: Funzioni.

Quando viene premuto, cliccandovi sopra, il bottone “Funzioni” del menu principale, si apre un nuovo menu, costituito da undici bottoni, ciascuno dei quali corrispondente al grafico di una funzione relativa alla curva attiva. Questi grafici vengono visualizzati nella finestra “Funzioni”.

Ricordiamo, inoltre, che nella parte bassa di tale finestra, viene disegnata la partizione estesa relativa allo spazio di funzioni spline razionali considerato.

L’utente che desidera avere maggiori informazioni sulla curva attiva (su cui sta lavorando) può selezionare al massimo tre dei grafici proposti. Nel bottone associato al grafico scelto compare la selezione; ovviamente per selezionare un grafico, l’utente deve cliccare sul bottone corrispondente.

Se l’utente sceglie, per sbaglio, più di tre grafici, compare un messaggio d’errore sulla finestra “Testo”. Per poter continuare le normali operazioni, l’utente è invitato a premere un tasto.

I grafici, purché selezionati, vengono aggiornati tutte le volte che la curva subisce una modifica, anche se temporanea. A seconda del numero di grafici che devono essere disegnati, la finestra “Funzioni” viene suddivisa in altrettanti rettangoli, ciascuno contenente un grafico. Ovviamente, un grafico risulta più grande se è l’unico selezionato, piuttosto

che se ce ne sono altri nella finestra.

Vediamo, ora, quali sono i grafici ritenuti informativi sulla curva attiva.

7.1 Il bottone: RB-Spline.

Viene rappresentata, nella finestra “Funzioni”, la base dello spazio $R(P_m, M, \Delta, W)$ dal quale vengono prese le funzioni spline razionali, componenti della curva NURBS.

7.2 Il bottone: $X = C1(t)$.

Viene rappresentata, se viene selezionata la corrispondente opzione, la componente $x = C_1(t)$ della curva NURBS; viene inoltre evidenziata la componente x della poligonale, cioè la spezzata ottenuta congiungendo i punti $(\xi_i, x_i)_{i=1, \dots, m+K}$ dove ξ_i sono i nodes e $P_i = (x_i, y_i)$ sono i punti di controllo.

Inoltre, se la curva è ottenuta per interpolazione o approssimazione, vengono rappresentate le componenti x dei punti di interpolazione/approssimazione, cioè i punti (t_i, x_i) dove t_i è il parametro corrispondente al punto $Q_i = (x_i, y_i)$, scelto secondo il metodo della parametrizzazione uniforme o della corda.

7.3 Il bottone: $Y = C2(t)$.

Viene rappresentata la componente $y = C_2(t)$ della curva NURBS; vengono, inoltre, evidenziati: la componente y del poligono di controllo e la componente y degli eventuali punti di interpolazione/approssimazione.

7.4 Il bottone: $X' = C1'(t)$.

Viene rappresentata la derivata prima della componente $x = C_1(t)$ della curva NURBS, cioè $x' = C_1'(t)$.

7.5 Il bottone: $Y' = C2'(t)$.

Viene rappresentata la derivata prima della componente $y = C_y(t)$ della curva NURBS, cioè $y' = C'_y(t)$.

7.6 Il bottone: Velocità.

Viene disegnato, nella finestra “Funzioni”, il grafico della funzione velocità relativo alla curva NURBS attiva.

Data la curva NURBS $\underline{C}(t)$, la sua velocità in un punto $u \in [t_l, t_{l+1})$ è definita da:

$$v(u) = \frac{\sum_{i=l-m+1}^l y_i R'_{i,m}(u)}{\sum_{i=l-m+1}^l x_i R'_{i,m}(u)}$$

7.7 Il bottone: Curvatura.

Viene rappresentata, per ogni punto dell'intervallo $[0, 1]$, la funzione curvatura relativa alla curva attiva.

Data la curva NURBS $\underline{C}(t)$, la sua curvatura nel punto $u \in [t_l, t_{l+1})$ è definita da:

$$k(u) = \frac{\frac{\partial \underline{C}(u)}{\partial x} \frac{\partial^2 \underline{C}(u)}{\partial y^2} - \frac{\partial \underline{C}(u)}{\partial y} \frac{\partial^2 \underline{C}(u)}{\partial x^2}}{\left(\left(\frac{\partial \underline{C}(u)}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \underline{C}(u)}{\partial y} \right)^2 \right)^{3/2}}$$

7.8 Il bottone: $\|C'(t)\|$.

Viene disegnato il grafico della funzione $\|\underline{C}'(t)\|_2 - L$, relativo alla curva attiva, dove L è la lunghezza della curva.

Questo grafico è utile per sapere se la curva attiva è ben parametrizzata o meno.

Se la curva è ben parametrizzata (secondo la parametrizzazione della lunghezza d'arco), allora:

$$\|\underline{C}'(t)\| \longrightarrow L$$

Quindi, lo scostamento $\|\underline{C}'(t)\| - L \longrightarrow 0$.

Per maggior chiarezza, soprattutto se l'utente deve decidere se riparametrizzare o meno la curva, vengono stampati il minimo e il massimo scostamento $\|\underline{C}'(t)\| - L$.

7.9 Il bottone: Test Arco.

Anche in questo caso, il grafico che viene disegnato serve per dare indicazioni sulla parametrizzazione ad arco di una curva.

Per ogni punto $u \in [0, 1]$ viene rappresentato il valore:

$$\frac{\int_0^u \|\underline{C}(t)\| dt}{\int_0^1 \|\underline{C}(t)\| dt} - u$$

Secondo la parametrizzazione della lunghezza dell'arco, infatti, una curva è ben parametrizzata se l'arco di curva corrispondente ad un punto $u \in [0, 1]$ è proporzionale ad u .

Il valore che viene rappresentato nel grafico è lo scostamento tra la lunghezza dell'arco corrispondente ad u , e rapportato alla lunghezza dell'intera curva per avere un valore paragonabile ad u , ed il valore di u : quanto più è grande questo scostamento, quanto peggiore è la parametrizzazione.

Se la curva è ben parametrizzata, il grafico disegnato deve essere costante a 0; anche in questo caso, vengono riportati a video i valori del massimo e del minimo scostamento.

7.10 Il bottone: $\text{Intg } \|C'(t)\|$

Viene disegnato il grafico della funzione

$$\varphi(t) = \int_0^t \|\underline{C}'(u)\|_2 du$$

relativa alla curva attiva.

Questo grafico è utile per sapere se la curva è ben parametrizzata o meno. Se la curva è ben parametrizzata (secondo la parametrizzazione della lunghezza ad arco), allora la $\varphi(t)$ è prossima ad una retta.

A seguito di una riparametrizzazione della curva viene sovrapposto a questo grafico quello dell'approssimante della $\varphi(t)$.