

Sostituire ai parametri a e b rispettivamente la penultima e l'ultima cifra del proprio numero di matricola (es.: numero 163571; $a = 7$, $b = 1$). Rispondere UNICAMENTE su questi fogli, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

1) Si consideri la matrice a coefficienti in $\mathbb{R}$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a+1 & 0 \\ 2 & b-10 & 0 & \lambda \\ \lambda & b-9 & a+1 & \lambda \\ 1 & 1 & 0 & \lambda+b \end{pmatrix}.$$

- a) Si determini per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ la matrice C è invertibile. (3 punti)
- b) Sia U il sottospazio di $\mathbb{R}^4$ che ha equazione cartesiana $C \cdot \mathbf{x} = \mathbf{0}$. Si determini la dimensione di U al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$. (3 punti)
- c) Fissato $\lambda = 3$, si trovino le soluzioni del sistema lineare che ha C come matrice completa. (3 punti)

2) Sia $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ la trasformazione lineare definita da

$$T(1, 1, 11-a) = (1, 1, b+1, 0) \qquad T(1, 0, 1) = (1, 0, 2b+3, 3) \qquad T(1, b+2, 1) = (-1, -2, 1, 3).$$

- a) Si determini la matrice associata a T rispetto alla base canonica in dominio e codominio. (4 punti)
 - b) Si calcoli una base di $\text{Ker } T$ e una di $\text{Im } T$. (3 punti)
 - c) Si completi una base di $\text{Im } T$ ad una base di $\mathbb{R}^4$. (2 punti)
-