

Rispondere UNICAMENTE su questi fogli, indicando le MOTIVAZIONI dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango). Non sarà assegnato alcun punteggio agli esercizi in cui viene indicata solo la risposta o il risultato finale.

- 1) Sia $\mathcal{B} = (v_1, v_2, v_3)$ una base ordinata dello spazio vettoriale reale V e sia $T : V \rightarrow V$ l'endomorfismo definito da

$$T(v_1) = -v_1 \qquad T(v_2) = -v_1 + v_2 - 2v_3 \qquad T(v_3) = -2v_1 + v_2 - 2v_3.$$

- a) Si dica se T è un isomorfismo. (3 punti)
 b) Si dica se esiste una base spettrale per T . (3 punti)
 c) Fissato $v_1 = (1, 1, 1)$, $v_2 = (1, 0, 1)$ e $v_3 = (0, 0, 1)$, sia $w = (2, 1, 3)$. Si determini $T(w)$. (3 punti)
- 2) In \mathbb{R}^3 si considerino

$$r : \begin{cases} x = t + 2 \\ y = -2 \\ z = -t + 4 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}, \qquad \pi : x + y + z = 2.$$

- a) Si determini il piano passante per r e parallelo a π . (3 punti)
 b) Si determini la distanza tra r e π . (3 punti)
 c) Sia $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la traslazione definita da $F(x, y, z) = (x, y, z) + (1, 1, 1)$. Si determinino equazioni parametriche per la retta $r' = F(r)$. (3 punti)
-