

Rispondere UNICAMENTE su questi fogli, indicando le MOTIVAZIONI dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango). Non sarà assegnato alcun punteggio agli esercizi in cui viene indicata solo la risposta o il risultato finale.

1) Si consideri il sistema lineare nelle variabili x, y, z, t reali $S : \begin{cases} x + y + z = 2 \\ -x - y - z = -a \\ x - y + z = 1 \\ x + z = a \end{cases}$.

- a) Si dica per quali $a \in \mathbb{R}$ il sistema è impossibile. (3 punti)
- b) Sia A la matrice incompleta associata ad S . Si determini una base per lo spazio delle righe di A e una per lo spazio delle colonne. (3 punti)
- c) Sia r la retta rappresentata dalla prima e dalla terza equazione di S e t la retta rappresentata dalla seconda e dalla quarta equazione di S . Fissato $a = 0$, si determini la posizione reciproca di r e t e la loro distanza. (4 punti)

2) Si consideri la matrice a coefficienti reali

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

- a) Si determinino gli autovalori di A e, se esiste, una matrice diagonale simile ad A . (4 punti)
 - b) Sia $B = {}^t A \cdot A$. Si determini la segnatura e la forma canonica per congruenza di B . (4 punti)
-