Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) La conica di equazione $3x^2 - 2xy - 4y^2 + 6x - 4 = 0$

F V a) è un iperbole.

F V b) è una parabola.

F V c) ha almeno un asse di simmetria.

F V d) è una conica a centro.

2) Sia $A \in \mathcal{M}_{m\times n}$ una matrice di rango n.

F V a) Allora $n \leq m$.

F V b) Ogni traformazione lineare che ha A come matrice associata è iniettiva.

F V c) Ogni sistema lineare che ha A come matrice associata è minimo.

F V d) Lo spazio delle righe di A ha dimensione n.

3) Sia $S:\ A\cdot\mathbf{x} = \mathbf{b}$ un sistema lineare risolubile in n variabili a coefficienti in $\mathbf{R}$. Allora

F V a) $\mathrm{Sol}(S)$ è un sottospazio affine di $\mathbf{R}^n$.

F V b) $\mathbf{b}$ appartiene allo spazio delle colonne di A.

F V c) $\mathrm{Sol}(S)$ e $\mathrm{Sol}(S_0)$ sono sottospazi paralleli di $\mathbf{R}^n$ (S_0) denota il sistema omogeneo associato ad S).

F V d) permutando le righe di A e lasciando invariata $\mathbf{b}$ si ottiene un sistema equivalente a S.

4) La forma quadratica $q:\mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}$ definita da $q(x_1,x_2,x_3,x_4) = x_1^2 - x_2^2 + 2x_1x_3$

F V a) si annulla solo sul vettore nullo.

F V b) ha sia l'indice di positività che quello di negatività non nulli.

F V c) ha $\phi((x_1,x_2,x_3,x_4),(y_1,y_2,y_3,y_4)) = x_1y_1 - x_2y_2 + 2x_1y_1$ come forma polare.

F V d) ha $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ come matrice associata.

5) In $\mathbf{R}^4$ l'iperpiano $3x_1 - x_4 = 3$

F V a) è parallelo alla retta di coefficienti direttori $(3,0,0,-1)$.

F V b) è perpendicolare all'iperpiano $x_2 + x_3 = 3$.

F V c) passa per il punto $(3,3,3,6)$.

F V d) ammette $\{(1,0,0,3),(0,1,1,0)\}$ come base per la sua giacitura.

6) Sia $T: V \to V$ un endomorfismo e siano λ e μ due suoi autovalori.

F V a) Se $\dim V = \dim U_\lambda + \dim U_\mu$ allora esiste una base di V spettrale per T.

F V b) Esistono almeno due autovettori linearmente indipendenti.

F V c) Se $\dim V = 2$ allora esiste una base di V spettrale per T.

F V d) Se $\lambda = 0$ allora T non è un isomorfismo.

7) Siano $T : V \to W$ e $F : V \to W$ due trasformazioni lineari.

F V a) Se T ed F coincidono su una base di V allora sono uguali.

F V b) Se $v \in V$ e $T(v) = F(v)$ allora $T(2v) = F(2v)$.

F V c) Se $\dim W = \dim \ker T + \dim \operatorname{Im} T$ allora $\dim V = \dim W$.

F V d) Se $v_1, v_2 \in V$ e $T(v_1) = T(v_2)$ allora $v_1 - v_2 \in \ker T$.

8) Sia V uno spazio vettoriale e siano $W_1, W_2 \subset V$ due sottospazi vettoriali qualunque. Allora

F V a) $\dim W_1 + \dim W_2 \leq \dim V$.

F V b) $W_1 \cap W_2$ è un sottospazio vettoriale.

F V c) esiste un endomorfismo di V che ha W_1 come nucleo.

F V d) esiste un endomorfismo di V che ha W_1 come nucleo e W_2 come immagine.

9) Sia $\langle\ ,\ \rangle$ il prodotto scalare su $\mathbf{R}^2$ definito da $\langle (x, y), (x', y') \rangle = xx' + 2yy' - xy' - yx'$.

F V a) La base $\{(1, 0), (0, 1)\}$ è ortogonale (rispetto a questo prodotto scalare).

F V b) Esistono due vettori $v, w \in \mathbf{R}^2$ non nulli tali che $\langle v, w \rangle = 0$.

F V c) Il complemento ortogonale di una retta è una retta.

F V d) Il vettore $(1, 0)$ ha norma uno (rispetto a questo prodotto scalare).

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) Sia $A \in \mathcal{M}_{m\times n}$ una matrice di rango n.

F **V** a) Allora $n \leq m$.

F **V** b) Ogni traformazione lineare che ha A come matrice associata è iniettiva.

F **V** c) Ogni sistema lineare che ha A come matrice associata è minimo.

F **V** d) Lo spazio delle righe di A ha dimensione n.

2) La forma quadratica $q : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}$ definita da $q(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 - x_2^2 + 2x_1x_3$

F **V** a) si annulla solo sul vettore nullo.

F **V** b) ha sia l'indice di positività che quello di negatività non nulli.

F **V** c) ha $\phi((x_1, x_2, x_3, x_4), (y_1, y_2, y_3, y_4)) = x_1y_1 - x_2y_2 + 2x_1y_1$ come forma polare.

F **V** d) ha $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ come matrice associata.

3) La conica di equazione $3x^2 - 2xy - 4y^2 + 6x - 4 = 0$

F **V** a) è un iperbole.

F **V** b) è una parabola.

F **V** c) ha almeno un asse di simmetria.

F **V** d) è una conica a centro.

4) Sia $S :\ A \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$ un sistema lineare risolubile in n variabili a coefficienti in $\mathbf{R}$. Allora

F **V** a) $\mathrm{Sol}(S)$ è un sottospazio affine di $\mathbf{R}^n$.

F **V** b) $\mathbf{b}$ appartiene allo spazio delle colonne di A.

F **V** c) $\mathrm{Sol}(S)$ e $\mathrm{Sol}(S_0)$ sono sottospazi paralleli di $\mathbf{R}^n$ (S_0) denota il sistema omogeneo associato ad S).

F **V** d) permutando le righe di A e lasciando invariata $\mathbf{b}$ si ottiene un sistema equivalente a S.

5) Sia $\langle\ ,\ \rangle$ il prodotto scalare su $\mathbf{R}^2$ definito da $\langle (x, y), (x', y') \rangle = xx' + 2yy' - xy' - yx'$.

F **V** a) La base $\{(1, 0), (0, 1)\}$ è ortogonale (rispetto a questo prodotto scalare).

F **V** b) Esistono due vettori $v, w \in \mathbf{R}^2$ non nulli tali che $\langle v, w \rangle = 0$.

F **V** c) Il complemento ortogonale di una retta è una retta.

F **V** d) Il vettore $(1, 0)$ ha norma uno (rispetto a questo prodotto scalare).

6) Siano $T : V \to W$ e $F : V \to W$ due trasformazioni lineari.

F **V** a) Se T ed F coincidono su una base di V allora sono uguali.

F **V** b) Se $v \in V$ e $T(v) = F(v)$ allora $T(2v) = F(2v)$.

F **V** c) Se $\dim W = \dim \ker T + \dim \mathrm{Im}\, T$ allora $\dim V = \dim W$.

F **V** d) Se $v_1, v_2 \in V$ e $T(v_1) = T(v_2)$ allora $v_1 - v_2 \in \ker T$.

7) In $\mathbf{R}^4$ l'iperpiano $3x_1 - x_4 = 3$

F V a) è parallelo alla retta di coefficienti direttori $(3, 0, 0, -1)$.

F V b) è perpendicolare all'iperpiano $x_2 + x_3 = 3$.

F V c) passa per il punto $(3, 3, 3, 6)$.

F V d) ammette $\{(1, 0, 0, 3), (0, 1, 1, 0)\}$ come base per la sua giacitura.

8) Sia V uno spazio vettoriale e siano $W_1, W_2 \subset V$ due sottospazi vettoriali qualunque. Allora

F V a) $\dim W_1 + \dim W_2 \leq \dim V$.

F V b) $W_1 \cap W_2$ è un sottospazio vettoriale.

F V c) esiste un endomorfismo di V che ha W_1 come nucleo.

F V d) esiste un endomorfismo di V che ha W_1 come nucleo e W_2 come immagine.

9) Sia $T : V \to V$ un endomorfismo e siano λ e μ due suoi autovalori.

F V a) Se $\dim V = \dim U_\lambda + \dim U_\mu$ allora esiste una base di V spettrale per T.

F V b) Esistono almeno due autovettori linearmente indipendenti.

F V c) Se $\dim V = 2$ allora esiste una base di V spettrale per T.

F V d) Se $\lambda = 0$ allora T non è un isomorfismo.

12/06/2012 I appello **Num. Matr.** 00111

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) Sia $S: \ A \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$ un sistema lineare risolubile in n variabili a coefficienti in $\mathbf{R}$. Allora

F **V** a) $\mathrm{Sol}(S)$ è un sottospazio affine di $\mathbf{R}^n$.

F **V** b) $\mathbf{b}$ appartiene allo spazio delle colonne di A.

F **V** c) $\mathrm{Sol}(S)$ e $\mathrm{Sol}(S_0)$ sono sottospazi paralleli di $\mathbf{R}^n$ (S_0) denota il sistema omogeneo associato ad S).

F **V** d) permutando le righe di A e lasciando invariata $\mathbf{b}$ si ottiene un sistema equivalente a S.

2) Siano $T : V \to W$ e $F : V \to W$ due trasformazioni lineari.

F **V** a) Se T ed F coincidono su una base di V allora sono uguali.

F **V** b) Se $v \in V$ e $T(v) = F(v)$ allora $T(2v) = F(2v)$.

F **V** c) Se $\dim W = \dim\ker T + \dim\operatorname{Im} T$ allora $\dim V = \dim W$.

F **V** d) Se $v_1, v_2 \in V$ e $T(v_1) = T(v_2)$ allora $v_1 - v_2 \in \ker T$.

3) La conica di equazione $3x^2 - 2xy - 4y^2 + 6x - 4 = 0$

F **V** a) è un iperbole.

F **V** b) è una parabola.

F **V** c) ha almeno un asse di simmetria.

F **V** d) è una conica a centro.

4) La forma quadratica $q : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}$ definita da $q(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 - x_2^2 + 2x_1x_3$

F **V** a) si annulla solo sul vettore nullo.

F **V** b) ha sia l'indice di positività che quello di negatività non nulli.

F **V** c) ha $\phi((x_1, x_2, x_3, x_4), (y_1, y_2, y_3, y_4)) = x_1y_1 - x_2y_2 + 2x_1y_1$ come forma polare.

F **V** d) ha $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ come matrice associata.

5) Sia V uno spazio vettoriale e siano $W_1, W_2 \subset V$ due sottospazi vettoriali qualunque. Allora

F **V** a) $\dim W_1 + \dim W_2 \leq \dim V$.

F **V** b) $W_1 \cap W_2$ è un sottospazio vettoriale.

F **V** c) esiste un endomorfismo di V che ha W_1 come nucleo.

F **V** d) esiste un endomorfismo di V che ha W_1 come nucleo e W_2 come immagine.

6) Sia $T : V \to V$ un endomorfismo e siano λ e μ due suoi autovalori.

F **V** a) Se $\dim V = \dim U_\lambda + \dim U_\mu$ allora esiste una base di V spettrale per T.

F **V** b) Esistono almeno due autovettori linearmente indipendenti.

F **V** c) Se $\dim V = 2$ allora esiste una base di V spettrale per T.

F **V** d) Se $\lambda = 0$ allora T non è un isomorfismo.

7) Sia $\langle\ ,\ \rangle$ il prodotto scalare su $\mathbf{R}^2$ definito da $\langle (x,y),(x',y')\rangle = xx' + 2yy' - xy' - yx'$.

F **V** a) La base $\{(1,0),(0,1)\}$ è ortogonale (rispetto a questo prodotto scalare).

F **V** b) Esistono due vettori $v, w \in \mathbf{R}^2$ non nulli tali che $\langle v, w\rangle = 0$.

F **V** c) Il complemento ortogonale di una retta è una retta.

F **V** d) Il vettore $(1,0)$ ha norma uno (rispetto a questo prodotto scalare).

8) Sia $A \in \mathcal{M}_{m\times n}$ una matrice di rango n.

F **V** a) Allora $n \leq m$.

F **V** b) Ogni traformazione lineare che ha A come matrice associata è iniettiva.

F **V** c) Ogni sistema lineare che ha A come matrice associata è minimo.

F **V** d) Lo spazio delle righe di A ha dimensione n.

9) In $\mathbf{R}^4$ l'iperpiano $3x_1 - x_4 = 3$

F **V** a) è parallelo alla retta di coefficienti direttori $(3,0,0,-1)$.

F **V** b) è perpendicolare all'iperpiano $x_2 + x_3 = 3$.

F **V** c) passa per il punto $(3,3,3,6)$.

F **V** d) ammette $\{(1,0,0,3),(0,1,1,0)\}$ come base per la sua giacitura.