25/06/2012 N. di Matricola: **Num. Matr.** 00101

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) Una matrice $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbf{K})$ ha rango n se

F **V** a) le sue righe generano $\mathbf{K}^n$.

F **V** b) tutti i minori di ordine maggiore di n hanno determinante uguale a zero.

F **V** c) $A \cdot \mathbf{x} = \mathbf{0}$ è un sistema determinato.

F **V** d) $T_A : \mathbf{K}^n \to \mathbf{K}^m$ definita da $T_A(\mathbf{x}) = A \cdot \mathbf{x}$ è iniettiva.

2) Il seguente è un sottospazio vettoriale di $\mathcal{F}(\mathbf{R})$, lo spazio delle funzioni da $\mathbf{R}$ a $\mathbf{R}$

F **V** a) $W = \{f(x) \in \mathcal{F}(\mathbf{R}) \mid f(0) = 3\}$.

F **V** b) $W = \{f(x) \in \mathcal{F}(\mathbf{R}) \mid f(3) = 0\}$.

F **V** c) $W = \{f(x) \in \mathcal{F}(\mathbf{R}) \mid f \text{ è derivabile}\}$.

F **V** d) $W = \{f(x) \in \mathcal{F}(\mathbf{R}) \mid f \text{ è iniettiva}\}$.

3) Una matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ è invertibile se

F **V** a) è una matrice diagonale.

F **V** b) è una matrice simmetrica.

F **V** c) è una matrice di cambiamento di base.

F **V** d) è una matrice ortogonale.

4) Sia $S = (A, \mathbf{b})$ un qualunque sistema lineare possibile e sia C la matrice completa. Allora

F **V** a) le colonne di C sono linearmente dipendenti.

F **V** b) le colonne di A sono linearmente dipendenti

F **V** c) le righe di C sono linearmente dipendenti.

F **V** d) le righe di A sono linearmente dipendenti.

5) La conica $x^2 - 3y^2 - 2x + 2y + 3 = 0$

F **V** a) passa per $(0, 0)$.

F **V** b) ha centro in $(0, 0)$.

F **V** c) ha gli assi paralleli agli assi coordinati.

F **V** d) è non degenere.

6) Sia $\mathcal{E}$ uno spazio euclideo e siano r e P rispettivamente una retta e un punto di $\mathcal{E}$.

F **V** a) Esiste un'unica retta parallela a r e passante per P.

F **V** b) Esiste un unico piano parallelo a r e passante per P.

F **V** c) Esiste un unico iperpiano parallelo a r e passante per P.

F **V** d) Tre punti qualsiasi di r sono affinemente dipendenti.

7) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 3 e sia $T : V \to V$ un endomorfismo.

F **V** a) Se il nucleo di T è una retta allora l'immagine di T è un piano.

F **V** b) Se $v_1, v_2, v_3 \in V$ sono linearmente indipendenti e $T(v_1) = T(v_2) = T(v_3) = 0_V$, allora T è l'applicazione nulla.

F **V** c) Se A è la matrice associata a T rispetto ad una base ordinata di V allora $\rho(A) = \dim(\mathrm{Im}T)$.

F **V** d) Se esiste $\lambda \in V$ tale che $T(v) = \lambda \cdot v$ per ogni $v \in V$ allora T ammette una base spettrale.

8) La matrice $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

F **V** a) ha due come autovalore.

F **V** b) è definita negativa.

F **V** c) è ortogonale.

F **V** d) è regolare.

9) Sia $\langle \cdot, \cdot \rangle : V \times V \to \mathbf{R}$ un prodotto scalare e siano $v, w \in V$.

F **V** a) Se $\langle v, v \rangle = 0$ allora $v = 0_V$.

F **V** b) Se $\langle v, w \rangle = 0$ allora $\langle 2v, w \rangle = 0$.

F **V** c) Allora $V^{\perp} = \{0_V\}$.

F **V** d) Se v e w sono ortogonali allora $\|v + w\|^2 = \|v\|^2 + \|w\|^2$.

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) Sia $\langle\cdot,\cdot\rangle : V \times V \to \mathbf{R}$ un prodotto scalare e siano $v, w \in V$.

F V a) Se $\langle v, v\rangle = 0$ allora $v = 0_V$.

F V b) Se $\langle v, w\rangle = 0$ allora $\langle 2v, w\rangle = 0$.

F V c) Allora $V^\perp = \{0_V\}$.

F V d) Se v e w sono ortogonali allora $\|v + w\|^2 = \|v\|^2 + \|w\|^2$.

2) La matrice $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

F V a) ha due come autovalore.

F V b) è definita negativa.

F V c) è ortogonale.

F V d) è regolare.

3) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 3 e sia $T : V \to V$ un endomorfismo.

F V a) Se il nucleo di T è una retta allora l'immagine di T è un piano.

F V b) Se $v_1, v_2, v_3 \in V$ sono linearmente indipendenti e $T(v_1) = T(v_2) = T(v_3) = 0_V$, allora T è l'applicazione nulla.

F V c) Se A è la matrice associata a T rispetto ad una base ordinata di V allora $\rho(A) = \dim(\mathrm{Im}T)$.

F V d) Se esiste $\lambda \in V$ tale che $T(v) = \lambda \cdot v$ per ogni $v \in V$ allora T ammette una base spettrale.

4) Sia $\mathcal{E}$ uno spazio euclideo e siano r e P rispettivamente una retta e un punto di $\mathcal{E}$.

F V a) Esiste un'unica retta parallela a r e passante per P.

F V b) Esiste un unico piano parallelo a r e passante per P.

F V c) Esiste un unico iperpiano parallelo a r e passante per P.

F V d) Tre punti qualsiasi di r sono affinemente dipendenti.

5) La conica $x^2 - 3y^2 - 2x + 2y + 3 = 0$

F V a) passa per $(0, 0)$.

F V b) ha centro in $(0, 0)$.

F V c) ha gli assi paralleli agli assi coordinati.

F V d) è non degenere.

6) Sia $S = (A, \mathbf{b})$ un qualunque sistema lineare possibile e sia C la matrice completa. Allora

F V a) le colonne di C sono linearmente dipendenti.

F V b) le colonne di A sono linearmente dipendenti

F V c) le righe di C sono linearmente dipendenti.

F V d) le righe di A sono linearmente dipendenti.

7) Una matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ è invertibile se

F **V** a) è una matrice diagonale.

F **V** b) è una matrice simmetrica.

F **V** c) è una matrice di cambiamento di base.

F **V** d) è una matrice ortogonale.

8) Il seguente è un sottospazio vettoriale di $\mathcal{F}(\mathbf{R})$, lo spazio delle funzioni da $\mathbf{R}$ a $\mathbf{R}$

F **V** a) $W = \{f(x) \in \mathcal{F}(\mathbf{R}) \mid f(0) = 3\}$.

F **V** b) $W = \{f(x) \in \mathcal{F}(\mathbf{R}) \mid f(3) = 0\}$.

F **V** c) $W = \{f(x) \in \mathcal{F}(\mathbf{R}) \mid f \text{ è derivabile}\}$.

F **V** d) $W = \{f(x) \in \mathcal{F}(\mathbf{R}) \mid f \text{ è iniettiva}\}$.

9) Una matrice $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbf{K})$ ha rango n se

F **V** a) le sue righe generano $\mathbf{K}^n$.

F **V** b) tutti i minori di ordine maggiore di n hanno determinante uguale a zero.

F **V** c) $A \cdot \mathbf{x} = \mathbf{0}$ è un sistema determinato.

F **V** d) $T_A : \mathbf{K}^n \to \mathbf{K}^m$ definita da $T_A(\mathbf{x}) = A \cdot \mathbf{x}$ è iniettiva.