Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) Il sottoinsieme W è un sottospazio dello spazio vettoriale V (con le usuali operazioni di somma e prodotto per scalare).

F **V** a) $W = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$ e $V = \mathbf{R}^3$.
F **V** b) $W = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{R}) \mid A^2 = \mathrm{I}_n\}$ e $V = \mathcal{M}_n(\mathbf{R})$.
F **V** c) $W = \{p(t) \in \mathbf{R}[t] \mid p(3) \geq 0\}$ e $V = \mathbf{R}[t]$.
F **V** d) $W = L(1, 1)$ e $V = \mathbf{R}^2$.

2) Una matrice $A \in \mathcal{M}_4(\mathbf{R})$ ha determinante zero se

F **V** a) è la matrice nulla.
F **V** b) ha rango 2.
F **V** c) non è invertibile.
F **V** d) ha tutti gli elementi uguali tra loro.

3) In $\mathbf{R}^2$, la conica di equazione $x^2 - y^2 = 0$.

F **V** a) è degenere.
F **V** b) passa per il punto $(0, 0)$.
F **V** c) è un'iperbole.
F **V** d) contiene tutti i punti aventi coordinate $(k, -k)$.

4) Due sistemi $S = (A, \mathbf{b})$ e $S' = (A', \mathbf{b}')$ sono equivalenti (cioè hanno le stesse soluzioni) se

F **V** a) $\mathbf{b} = \mathbf{b}'$.
F **V** b) $\rho(A) = \rho(A')$.
F **V** c) sono entrambi di Cramer.
F **V** d) hanno lo stesso numero di equazioni.

5) La trasformazione $T : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ è un'isometria dello **spazio euclideo** (rispetto al prodotto scalare standard).

F **V** a) $T(x, y, z) = (x + 1, y, z + 1)$.
F **V** b) $T(x, y, z) = (2x, y, z)$.
F **V** c) $T(x, y, z) = (-x, -y, -z)$.
F **V** d) $T(x, y, z) = (x, x, x)$.

6) In uno spazio affine, siano $\mathcal{H}$ e $\mathcal{H}'$ due sottospazi affini paralleli di dimensione positiva. Allora

F **V** a) ogni sottospazio parallelo ad $\mathcal{H}$ è parallelo anche ad $\mathcal{H}'$.
F **V** b) $\mathcal{H}$ e $\mathcal{H}'$ hanno la stessa dimensione.
F **V** c) $\mathcal{H}$ e $\mathcal{H}'$ hanno almeno un vettore della giacitura in comune.
F **V** d) $\mathcal{H}$ e $\mathcal{H}'$ non sono sghembi.

7) Una matrice simmetrica reale è definita positiva se

F **V** a) ha tutti gli autovalori positivi.

F **V** b) ha tutti gli elementi positivi.

F **V** c) ha tutti i minori positivi.

F **V** d) è congruente alla matrice identità.

8) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione n e siano W e U due sottospazi di dimensione 3 e 4 rispettivamente.

F **V** a) Allora $\dim(W+U)+\dim(W\cap U)=7$.

F **V** b) Se $n=5$ allora $\dim(W\cap U)>0$.

F **V** c) Se $n=7$ allora $W\oplus U=V$.

F **V** d) Allora $\dim(U\cap W)\leq 3$.

9) È possibile determinare il rango di una matrice conoscendo

F **V** a) il numero di righe linearmente indipendenti.

F **V** b) il numero di elementi non nulli.

F **V** c) il numero di colonne non nulle.

F **V** d) i determinanti dei minori di ordine massimo.