Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) Il sottoinsieme $\mathcal{H} \subset \mathbf{R}^3$ è un sottospazio affine (euclideo)

F **V** a) $\mathcal{H} = \{(0,0,0)\}$.
F **V** b) $\mathcal{H} = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \mid x = 1\}$.
F **V** c) $\mathcal{H} = \{(1,1,1),(0,0,0)\}$.
F **V** d) $\mathcal{H} = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \mid x = y^2 + z^2\}$.

2) Sia $B \in \mathcal{M}_{3\times 4}(\mathbf{R})$ una matrice di rango due. Allora

F **V** a) B ha due righe linearmente indipendenti.
F **V** b) esiste una colonna di B che è combinazione lineare delle altre.
F **V** c) B ha almeno due elementi diversi da zero.
F **V** d) B ha almeno due elementi uguali a zero.

3) La seguente conica ha il punto di coordinate $(0,0)$ come centro di simmetria

F **V** a) $x^2 + y^2 = 1$.
F **V** b) $x = y^2$.
F **V** c) $x^2 - y^2 = 1$.
F **V** d) $x^2 + 1 = 0$.

4) Dato un sistema lineare omogeneo di k equazioni in h incognite a coefficienti in $\mathbf{R}$, l'insieme delle sue soluzioni

F **V** a) può essere vuoto.
F **V** b) costituisce un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^h$.
F **V** c) costituisce un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^k$.
F **V** d) costituisce un sottospazio affine (euclideo) di $\mathbf{R}^h$.

5) Sia $\mathcal{B} = \{v_1, v_2, v_3\}$ una base di uno spazio vettoriale V. Allora

F **V** a) l'insieme $\{v_1, v_2\}$ è linearmente indipendente.
F **V** b) V ha dimensione finita.
F **V** c) $v_3 \neq 0_V$.
F **V** d) $\{v_1, v_2, v_3, 0_V\}$ genera V.

6) Sia $\mathcal{E}^2$ uno spazio euclideo e siano poi α una rotazione e β una traslazione di $\mathcal{E}^2$. Allora

F **V** a) β trasforma ogni retta r di $\mathcal{E}^2$ in una retta parallela ad r stessa.
F **V** b) α trasforma ogni retta r di $\mathcal{E}^2$ in una retta parallela ad r stessa.
F **V** c) α è un'isometria.
F **V** d) β conserva gli angoli e le distanze.

7) Sia $T : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^n$ un endomorfismo e sia A la matrice canonicamente associata.

F **V** a) Allora T non ha autovalori.

F **V** b) Se $\det A = 0$ allora T ha almeno un autovalore.

F **V** c) Se T ha n autovalori distinti allora A è diagonalizzabile per similitudine.

F **V** d) Se A è simile ad una matrice diagonale allora T ha n autovettori linearmente indipendenti.

8) Sia $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ la forma quadratica $q(x, y) = 2y^2 + 4xy - x^2$. Allora

F **V** a) q è definita positiva.

F **V** b) q ha rango 2.

F **V** c) esiste $v \in \mathbf{R}^2$ tale che $q(v) > 0$.

F **V** d) $q(x, y) = (x, y) \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

9) Sia T l'applicazione lineare che ha $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ come matrice canonicamente associata. Allora

F **V** a) $(1, 1, 1)$ genera l'immagine di T.

F **V** b) T è biunivoca.

F **V** c) $(1, 1, 1) \in \ker T$.

F **V** d) $T(1, 0, 0) = (2, 1)$.