

Rispondere UNICAMENTE su questo foglio, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

---

1) Sia  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'endomorfismo definito da  $T(3, 1, 1) = (6, 2, 2)$ ,  $T(0, 4, 0) = (0, -4, 0)$ ,  $T(0, 0, -1) = (0, -3, -2)$ .

- a) Si calcoli la matrice associata a  $T$  rispetto alla base canonica di  $\mathbb{R}^3$  in dominio e codominio. (3 punti)
- b) Si determini una base spettrale di  $\mathbb{R}^3$  relativa a  $T$ . (4 punti)
- c) Sia  $W = L((0, 4, -1), (3, 1, 1))$ . Si determini una rappresentazione cartesiana di  $T(W)$ . (3 punti)

2) In  $\mathbb{R}^4$  con il prodotto scalare standard sia  $W$  il sottospazio vettoriale di equazioni catesiane

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ -x_1 + \lambda x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_3 + x_4 = 0 \end{cases} .$$

- a) Si determini per quali valori di  $\lambda \in \mathbb{R}$  la dimensione di  $W$  è uno. (2 punti)
  - b) Fissato  $\lambda = -1$  si trovi una base ortonormale per  ${}^\perp W$ . (3 punti)
  - c) Fissato  $\lambda = 0$  si determinino equazioni parametriche del sottospazio affine di  $\mathbb{R}^4$  avente giacitura  $W$  e passante per il punto  $P = (1, -1, 5, 1)$ . (3 punti)
-

Rispondere UNICAMENTE su questo foglio, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

---

- 1) In  $\mathbb{R}^4$  con il prodotto scalare standard sia  $W$  il sottospazio vettoriale di equazioni catesiane
- $$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ -x_1 + \lambda x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_3 + x_4 = 0 \end{cases} .$$
- a) Si determini per quali valori di  $\lambda \in \mathbb{R}$  la dimensione di  $W$  è uno. (2 punti)
- b) Fissato  $\lambda = -1$  si trovi una base ortonormale per  ${}^\perp W$ . (3 punti)
- c) Fissato  $\lambda = 0$  si determinino equazioni parametriche del sottospazio affine di  $\mathbb{R}^4$  avente giacitura  $W$  e passante per il punto  $P = (1, -1, 5, 1)$ . (3 punti)
- 2) Sia  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'endomorfismo definito da  $T(3, 1, 1) = (6, 2, 2)$ ,  $T(0, 4, 0) = (0, -4, 0)$ ,  $T(0, 0, -1) = (0, -3, -2)$ .
- a) Si calcoli la matrice associata a  $T$  rispetto alla base canonica di  $\mathbb{R}^3$  in dominio e codominio. (3 punti)
- b) Si determini una base spettrale di  $\mathbb{R}^3$  relativa a  $T$ . (4 punti)
- c) Sia  $W = L((0, 4, -1), (3, 1, 1))$ . Si determini una rappresentazione cartesiana di  $T(W)$ . (3 punti)
-