

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di $1/2$ punto se l'indicazione è esatta, $-1/2$ punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora

- 1) Sia $\mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ l'insieme delle matrici quadrate di ordine n a coefficienti in un campo \mathbf{K} e siano $+$ e \cdot le usuali operazioni di somma e prodotto righe per colonne. Allora $(\mathcal{M}_n(\mathbf{K}), +, \cdot)$

- F V** a) è un anello.
F V b) è un campo.
F V c) contiene divisori dello zero.
F V d) gode della proprietà commutativa rispetto al prodotto.

- 2) Una matrice $A \in \mathcal{M}_7(\mathbf{K})$ ha determinante uguale a zero se

- F V** a) contiene 7 elementi uguali a $0_{\mathbf{K}}$.
F V b) l'insieme delle righe è linearmente indipendente.
F V c) ha rango 6.
F V d) ha l'ultima colonna uguale alla somma delle prime 6.

- 3) Sia S un sistema lineare risolubile in n variabili a coefficienti in un campo \mathbf{K} .

- F V** a) La colonna dei termini noti è combinazione lineare delle colonne della matrice dei coefficienti.
F V b) Se S è indeterminato allora ha al massimo n equazioni.
F V c) La matrice completa non è quadrata.
F V d) L'insieme delle soluzioni di S è un sottospazio affine di \mathbf{K}^n .

- 4) Sia V uno spazio vettoriale su un campo \mathbf{K} e sia X un insieme di generatori per V contenente h vettori.

- F V** a) Se X è linearmente dipendente allora $0_V \in X$.
F V b) Se X è linearmente indipendente allora $\dim V = h$.
F V c) Ogni sistema di generatori per V contiene esattamente h vettori.
F V d) Per ogni $v \in V$ si ha $v \in L(X)$.

- 5) L'applicazione T è lineare

- F V** a) $T: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^2$ definita da $T(x, y, z) = (x^2 + y, y)$.
F V b) $T: \mathcal{M}_{2 \times 3}(\mathbf{R}) \rightarrow \mathcal{M}_2(\mathbf{R})$ definita da $T(A) = A \cdot^t A$.
F V c) $T: \mathbf{R}[t] \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $T(p(t)) = p(\sqrt{2})$.
F V d) $T: \mathbf{C}^2 \rightarrow \mathbf{C}$ definita da $T(x, y) = x + y$.

- 6) Siano $A, B \in M_n(\mathbf{K})$.

- F V** a) Se B ha gli stessi autovalori di A allora è simile ad A .
F V b) Se A è diagonalizzabile per similitudine allora $\sum_{\lambda \in \text{Spec}(A)} m_g(\lambda) = n$.
F V c) Se B è simile ad A allora ha lo stesso rango di A .
F V d) Se 0 è autovalore di A allora A non è invertibile.

7) In uno spazio euclideo siano r una retta e P un punto qualsiasi. Allora esiste

- F** **V** a) un'unica retta passante per P e sghemba con r .
F **V** b) un'unica retta passante per P e parallela ad r .
F **V** c) un unico iperpiano passante per P e ortogonale ad r .
F **V** d) un unico iperpiano passante per P e parallelo ad r .

8) Sia (V, \langle, \rangle) uno spazio vettoriale euclideo finitamente generato e siano $v, w \in V$ due vettori non nulli tali che $\langle v, w \rangle = 0$. Allora

- F** **V** a) esiste una base ortogonale per V contenente v e w .
F **V** b) esiste una base ortonormale per V contenente v e w .
F **V** c) $\dim(L(v, w)) = 2$.
F **V** d) $\widehat{vw} = \frac{\pi}{2}$.

9) Siano $A, B \in \mathcal{S}_n(\mathbf{R})$.

- F** **V** a) Allora $\sum_{\lambda \in \text{Spec}(A)} m_a(\lambda) = n$.
F **V** b) Se A è definita positiva allora $\sigma(A) = (n, 0)$.
F **V** c) Se A è non definita allora $\det A = 0$.
F **V** d) Se B è congruente ad A allora $\varrho(A) = \varrho(B)$

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di $1/2$ punto se l'indicazione è esatta, $-1/2$ punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora

1) Siano $A, B \in \mathcal{S}_n(\mathbf{R})$.

F V a) Allora $\sum_{\lambda \in \text{Spec}(A)} m_a(\lambda) = n$.

F V b) Se A è definita positiva allora $\sigma(A) = (n, 0)$.

F V c) Se A è non definita allora $\det A = 0$.

F V d) Se B è congruente ad A allora $\varrho(A) = \varrho(B)$

2) In uno spazio euclideo siano r una retta e P un punto qualsiasi. Allora esiste

F V a) un'unica retta passante per P e sghemba con r .

F V b) un'unica retta passante per P e parallela ad r .

F V c) un unico iperpiano passante per P e ortogonale ad r .

F V d) un unico iperpiano passante per P e parallelo ad r .

3) Sia $\mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ l'insieme delle matrici quadrate di ordine n a coefficienti in un campo \mathbf{K} e siano $+$ e \cdot le usuali operazioni di somma e prodotto righe per colonne. Allora $(\mathcal{M}_n(\mathbf{K}), +, \cdot)$

F V a) è un anello.

F V b) è un campo.

F V c) contiene divisori dello zero.

F V d) gode della proprietà commutativa rispetto al prodotto.

4) Sia S un sistema lineare risolubile in n variabili a coefficienti in un campo \mathbf{K} .

F V a) La colonna dei termini noti è combinazione lineare delle colonne della matrice dei coefficienti.

F V b) Se S è indeterminato allora ha al massimo n equazioni.

F V c) La matrice completa non è quadrata.

F V d) L'insieme delle soluzioni di S è un sottospazio affine di \mathbf{K}^n .

5) L'applicazione T è lineare

F V a) $T : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^2$ definita da $T(x, y, z) = (x^2 + y, y)$.

F V b) $T : \mathcal{M}_{2 \times 3}(\mathbf{R}) \rightarrow \mathcal{M}_2(\mathbf{R})$ definita da $T(A) = A \cdot^t A$.

F V c) $T : \mathbf{R}[t] \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $T(p(t)) = p(\sqrt{2})$.

F V d) $T : \mathbf{C}^2 \rightarrow \mathbf{C}$ definita da $T(x, y) = x + y$.

6) Sia (V, \langle, \rangle) uno spazio vettoriale euclideo finitamente generato e siano $v, w \in V$ due vettori non nulli tali che $\langle v, w \rangle = 0$. Allora

F V a) esiste una base ortogonale per V contenente v e w .

F V b) esiste una base ortonormale per V contenente v e w .

F V c) $\dim(L(v, w)) = 2$.

F V d) $\widehat{vw} = \frac{\pi}{2}$.

7) Una matrice $A \in \mathcal{M}_7(\mathbf{K})$ ha determinante uguale a zero se

- F** **V** a) contiene 7 elementi uguali a $0_{\mathbf{K}}$.
- F** **V** b) l'insieme delle righe è linearmente indipendente.
- F** **V** c) ha rango 6.
- F** **V** d) ha l'ultima colonna uguale alla somma delle prime 6.

8) Sia V uno spazio vettoriale su un campo \mathbf{K} e sia X un insieme di generatori per V contenente h vettori.

- F** **V** a) Se X è linearmente dipendente allora $0_V \in X$.
- F** **V** b) Se X è linearmente indipendente allora $\dim V = h$.
- F** **V** c) Ogni sistema di generatori per V contiene esattamente h vettori.
- F** **V** d) Per ogni $v \in V$ si ha $v \in L(X)$.

9) Siano $A, B \in M_n(\mathbf{K})$.

- F** **V** a) Se B ha gli stessi autovalori di A allora è simile ad A .
- F** **V** b) Se A è diagonalizzabile per similitudine allora $\sum_{\lambda \in \text{Spec}(A)} m_g(\lambda) = n$.
- F** **V** c) Se B è simile ad A allora ha lo stesso rango di A .
- F** **V** d) Se 0 è autovalore di A allora A non è invertibile.