

Rispondere UNICAMENTE su questi fogli, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

1) Sia $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la trasformazione lineare definita da $T(1, 1, 1, 1) = (1, 2, \lambda)$, $T(1, 0, 0, 0) = (0, 1, 0)$, $T(1, -1, 1, 0) = (1, 3, 1)$ e $T(2, 2, 1, 0) = (0, 2, 0)$.

- a) Si determini per quali valori di λ la trasformazione T è iniettiva e per quali è suriettiva. (3 punti)
- b) Fissato $\lambda = 1$ si trovi una rappresentazione cartesiana per il complemento ortogonale dell'immagine di T . (3 punti)

2) Si consideri la matrice a coefficienti reali

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 11 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Si dica se A è diagonalizzabile per similitudine e in caso affermativo si determini una matrice diagonale simile ad A . (5 punti)

3) Nello spazio euclideo standard si considerino le rette

$$r : \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 3x + y + z = 0 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = -t \end{cases}$$

- a) Si determini il piano passante per r e per s . (3 punti)
 - b) Si determini la distanza tra r ed s . (4 punti)
-