

Rispondere UNICAMENTE su questi fogli, le **motivazioni** dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

1) Si considerino le matrici a coefficienti reali

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 3 & \lambda + 7 & -3 \\ 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda(\lambda + 1) \\ 0 & -1 & 10 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ -10 \end{pmatrix}.$$

- a) Si calcoli per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ la matrice \mathbf{A} è invertibile. (3 punti)
- b) Per $\lambda = -1$ si determini una base dello spazio delle righe di \mathbf{A} , mentre per $\lambda = 0$ si determini una base dello spazio delle colonne di \mathbf{A} . (3 punti)
- c) Fissato $\lambda = -10$, siano $U = L(\mathbf{a}^1, \mathbf{a}^2)$ e $W = L(\mathbf{a}^3, \mathbf{a}^4)$. Si determini la dimensione di $U + W$ e quella di $U \cap W$. (3 punti)
- d) Per $\lambda = 1$ si determinino le soluzioni del sistema lineare che ha \mathbf{A} come matrice dei coefficienti e \mathbf{b} come colonna dei termini noti. (3 punti)

2) Sia $F : \mathbb{R}_{\leq 2}[t] \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da

$$F(t) = (10, 0, 0, 10) \quad F(5t^2) = (10, 0, 0, 10) \quad F(1 - 2t) = (0, 0, 0, 1).$$

- a) Si calcoli la matrice associata a F rispetto alla base $\mathcal{B} = (1, t, t^2)$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[t]$ e alla base canonica di \mathbb{R}^4 . (3 punti)
 - b) Si calcoli una base di $\text{Ker } F$ e una di $\text{Im } F$. (3 punti)
-

Rispondere UNICAMENTE su questi fogli, indicando le **motivazioni** dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

1) Si considerino le matrici a coefficienti reali

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -2 \\ 3 & 3 & \lambda + 5 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda^2 - \lambda \\ 0 & -1 & 9 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}.$$

- a) Si calcoli per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ la matrice \mathbf{A} è invertibile. (3 punti)
- b) Per $\lambda = 3$ si determinino le soluzioni del sistema lineare che ha \mathbf{A} come matrice dei coefficienti e \mathbf{b} come colonna dei termini noti. (3 punti)
- c) Per $\lambda = 0$ si determini una base dello spazio delle righe di \mathbf{A} , mentre per $\lambda = 1$ si determini una base dello spazio delle colonne di \mathbf{A} . (3 punti)
- d) Fissato $\lambda = -8$, siano $U = L(\mathbf{a}^1, \mathbf{a}^2)$ e $W = L(\mathbf{a}^3, \mathbf{a}^4)$. Si determini la dimensione di $U + W$ e quella di $U \cap W$. (3 punti)

2) Sia $F : \mathbb{R}_{\leq 2}[t] \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da

$$F(1 - 4t) = (0, 0, 0, 1) \quad F(3t^2) = (9, 0, 0, 9) \quad F(t) = (9, 0, 0, 9).$$

- a) Si calcoli la matrice associata a F rispetto alla base $\mathcal{B} = (1, t, t^2)$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[t]$ e alla base canonica di \mathbb{R}^4 . (3 punti)
 - b) Si calcoli una base di $\text{Ker } F$ e una di $\text{Im } F$. (3 punti)
-

Rispondere UNICAMENTE su questi fogli, indicando le **motivazioni** dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

1) Si considerino le matrici a coefficienti reali

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 10 & 3 \\ 3 & 3 & \lambda + 4 & -3 \\ 0 & \lambda(\lambda - 2) & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix}.$$

- a) Si calcoli per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ la matrice \mathbf{A} è invertibile. (3 punti)
- b) Per $\lambda = 2$ si determini una base dello spazio delle righe di \mathbf{A} , mentre per $\lambda = 0$ si determini una base dello spazio delle colonne di \mathbf{A} . (3 punti)
- c) Per $\lambda = 4$ si determinino le soluzioni del sistema lineare che ha \mathbf{A} come matrice dei coefficienti e \mathbf{b} come colonna dei termini noti. (3 punti)
- d) Fissato $\lambda = -7$, siano $U = L(\mathbf{a}^1, \mathbf{a}^2)$ e $W = L(\mathbf{a}^3, \mathbf{a}^4)$. Si determini la dimensione di $U + W$ e quella di $U \cap W$. (3 punti)

2) Sia $F : \mathbb{R}_{\leq 2}[t] \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da

$$F(t) = (0, 0, 0, 3) \quad F(-2t^2) = (6, 0, 0, 6) \quad F(2t - 1) = (6, 0, 0, 6).$$

- a) Si calcoli una base di $\text{Ker } F$ e una di $\text{Im } F$. (3 punti)
 - b) Si calcoli la matrice associata a F rispetto alla base $\mathcal{B} = (1, t, t^2)$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[t]$ e alla base canonica di \mathbb{R}^4 . (3 punti)
-

Rispondere UNICAMENTE su questi fogli, indicando le **motivazioni** dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

1) Si considerino le matrici a coefficienti reali

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda^3 + 3\lambda \\ 0 & -1 & 10 & 3 \\ 3 & 3 & \lambda + 9 & -3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \\ -12 \end{pmatrix}.$$

- a) Si calcoli per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ la matrice \mathbf{A} è invertibile. (3 punti)
- b) Per $\lambda = 0$ si determini una base dello spazio delle righe di \mathbf{A} , mentre per $\lambda = -3$ si determini una base dello spazio delle colonne di \mathbf{A} . (3 punti)
- c) Fissato $\lambda = 1$, siano $U = L(\mathbf{a}^1, \mathbf{a}^2)$ e $W = L(\mathbf{a}^3, \mathbf{a}^4)$. Si determini la dimensione di $U + W$ e quella di $U \cap W$. (3 punti)
- d) Per $\lambda = -1$ si determinino le soluzioni del sistema lineare che ha \mathbf{A} come matrice dei coefficienti e \mathbf{b} come colonna dei termini noti. (3 punti)

2) Sia $F : \mathbb{R}_{\leq 2}[t] \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da

$$F(2t) = (-2, 0, 0, 4) \quad F(t^2) = (-2, 0, 0, 4) \quad F(1 - 3t^2) = (0, 0, 1, 0).$$

- a) Si calcoli la matrice associata a F rispetto alla base $\mathcal{B} = (1, t, t^2)$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[t]$ e alla base canonica di \mathbb{R}^4 . (3 punti)
 - b) Si calcoli una base di $\text{Ker } F$ e una di $\text{Im } F$. (3 punti)
-

Rispondere UNICAMENTE su questi fogli, indicando le **motivazioni** dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

1) Si considerino le matrici a coefficienti reali

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \lambda(\lambda - 4) \\ 3 & 3 & \lambda + 2 & -3 \\ 0 & -1 & 10 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

- a) Si calcoli per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ la matrice \mathbf{A} è invertibile. (3 punti)
- b) Per $\lambda = 0$ si determini una base dello spazio delle righe di \mathbf{A} , mentre per $\lambda = 4$ si determini una base dello spazio delle colonne di \mathbf{A} . (3 punti)
- c) Fissato $\lambda = -5$, siano $U = L(\mathbf{a}^1, \mathbf{a}^2)$ e $W = L(\mathbf{a}^3, \mathbf{a}^4)$. Si determini la dimensione di $U + W$ e quella di $U \cap W$. (3 punti)
- d) Per $\lambda = 6$ si determinino le soluzioni del sistema lineare che ha \mathbf{A} come matrice dei coefficienti e \mathbf{b} come colonna dei termini noti. (3 punti)

2) Sia $F : \mathbb{R}_{\leq 2}[t] \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da

$$F(t^2) = (10, 1, 0, 10) \quad F(1 + 4t^2) = (3, 0, 3, -9) \quad F(-3t) = (3, 0, 3, -9).$$

- a) Si calcoli la matrice associata a F rispetto alla base $\mathcal{B} = (1, t, t^2)$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[t]$ e alla base canonica di \mathbb{R}^4 . (3 punti)
 - b) Si calcoli una base di $\text{Ker } F$ e una di $\text{Im } F$. (3 punti)
-

Rispondere UNICAMENTE su questi fogli, indicando le **motivazioni** dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

1) Sia $F : \mathbb{R}_{\leq 2}[t] \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da

$$F(t) = (10, 0, 0, 10) \quad F(5t^2) = (10, 0, 0, 10) \quad F(1 - 2t) = (0, 0, 0, 1).$$

- a) Si calcoli la matrice associata a F rispetto alla base $\mathcal{B} = (1, t, t^2)$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[t]$ e alla base canonica di \mathbb{R}^4 . (3 punti)
- b) Si calcoli una base di $\text{Ker } F$ e una di $\text{Im } F$. (3 punti)

2) Si considerino le matrici a coefficienti reali

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 3 & \lambda + 7 & -3 \\ 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda^2 + \lambda \\ 0 & -1 & 10 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ -10 \end{pmatrix}.$$

- a) Si calcoli per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ la matrice \mathbf{A} è invertibile. (3 punti)
 - b) Per $\lambda = -1$ si determini una base dello spazio delle righe di \mathbf{A} , mentre per $\lambda = 0$ si determini una base dello spazio delle colonne di \mathbf{A} . (3 punti)
 - c) Fissato $\lambda = -10$, siano $U = L(\mathbf{a}^1, \mathbf{a}^2)$ e $W = L(\mathbf{a}^3, \mathbf{a}^4)$. Si determini la dimensione di $U + W$ e quella di $U \cap W$. (3 punti)
 - d) Per $\lambda = 1$ si determinino le soluzioni del sistema lineare che ha \mathbf{A} come matrice dei coefficienti e \mathbf{b} come colonna dei termini noti. (3 punti)
-

Rispondere UNICAMENTE su questi fogli, indicando le **motivazioni** dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

1) Sia $F : \mathbb{R}_{\leq 2}[t] \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da

$$F(1 - 4t) = (0, 0, 0, 1) \quad F(3t^2) = (9, 0, 0, 9) \quad F(t) = (9, 0, 0, 9).$$

- a) Si calcoli la matrice associata a F rispetto alla base $\mathcal{B} = (1, t, t^2)$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[t]$ e alla base canonica di \mathbb{R}^4 . (3 punti)
- b) Si calcoli una base di $\text{Ker } F$ e una di $\text{Im } F$. (3 punti)

2) Si considerino le matrici a coefficienti reali

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -2 \\ 3 & 3 & \lambda + 5 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda(\lambda - 1) \\ 0 & -1 & 9 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}.$$

- a) Si calcoli per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ la matrice \mathbf{A} è invertibile. (3 punti)
 - b) Per $\lambda = 3$ si determinino le soluzioni del sistema lineare che ha \mathbf{A} come matrice dei coefficienti e \mathbf{b} come colonna dei termini noti. (3 punti)
 - c) Per $\lambda = 1$ si determini una base dello spazio delle righe di \mathbf{A} , mentre per $\lambda = 0$ si determini una base dello spazio delle colonne di \mathbf{A} . (3 punti)
 - d) Fissato $\lambda = -8$, siano $U = L(\mathbf{a}^1, \mathbf{a}^2)$ e $W = L(\mathbf{a}^3, \mathbf{a}^4)$. Si determini la dimensione di $U + W$ e quella di $U \cap W$. (3 punti)
-

Rispondere UNICAMENTE su questi fogli, indicando le **motivazioni** dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

1) Sia $F : \mathbb{R}_{\leq 2}[t] \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da

$$F(t) = (0, 0, 0, 3) \quad F(-2t^2) = (6, 0, 0, 6) \quad F(2t - 1) = (6, 0, 0, 6).$$

- a) Si calcoli una base di $\text{Ker } F$ e una di $\text{Im } F$. (3 punti)
- b) Si calcoli la matrice associata a F rispetto alla base $\mathcal{B} = (1, t, t^2)$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[t]$ e alla base canonica di \mathbb{R}^4 . (3 punti)

2) Si considerino le matrici a coefficienti reali

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 3 & 3 & \lambda + 4 & -3 \\ 0 & \lambda^2 - 2\lambda & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 10 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix}.$$

- a) Si calcoli per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ la matrice \mathbf{A} è invertibile. (3 punti)
 - b) Per $\lambda = 0$ si determini una base dello spazio delle righe di \mathbf{A} , mentre per $\lambda = 2$ si determini una base dello spazio delle colonne di \mathbf{A} . (3 punti)
 - c) Per $\lambda = 4$ si determinino le soluzioni del sistema lineare che ha \mathbf{A} come matrice dei coefficienti e \mathbf{b} come colonna dei termini noti. (3 punti)
 - d) Fissato $\lambda = -7$, siano $U = L(\mathbf{a}^1, \mathbf{a}^2)$ e $W = L(\mathbf{a}^3, \mathbf{a}^4)$. Si determini la dimensione di $U + W$ e quella di $U \cap W$. (3 punti)
-

Rispondere UNICAMENTE su questi fogli, indicando le **motivazioni** dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

1) Sia $F : \mathbb{R}_{\leq 2}[t] \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da

$$F(2t) = (-2, 0, 0, 4) \quad F(t^2) = (-2, 0, 0, 4) \quad F(1 - 3t^2) = (0, 0, 1, 0).$$

- a) Si calcoli la matrice associata a F rispetto alla base $\mathcal{B} = (1, t, t^2)$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[t]$ e alla base canonica di \mathbb{R}^4 . (3 punti)
- b) Si calcoli una base di $\text{Ker } F$ e una di $\text{Im } F$. (3 punti)

2) Si considerino le matrici a coefficienti reali

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda(\lambda + 3) \\ 0 & -1 & 10 & 3 \\ 3 & 3 & \lambda + 9 & -3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \\ -12 \end{pmatrix}.$$

- a) Si calcoli per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ la matrice \mathbf{A} è invertibile. (3 punti)
 - b) Per $\lambda = -3$ si determini una base dello spazio delle righe di \mathbf{A} , mentre per $\lambda = 0$ si determini una base dello spazio delle colonne di \mathbf{A} . (3 punti)
 - c) Fissato $\lambda = 1$, siano $U = L(\mathbf{a}^1, \mathbf{a}^2)$ e $W = L(\mathbf{a}^3, \mathbf{a}^4)$. Si determini la dimensione di $U + W$ e quella di $U \cap W$. (3 punti)
 - d) Per $\lambda = -1$ si determinino le soluzioni del sistema lineare che ha \mathbf{A} come matrice dei coefficienti e \mathbf{b} come colonna dei termini noti. (3 punti)
-

Rispondere UNICAMENTE su questi fogli, indicando le **motivazioni** dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

1) Sia $F : \mathbb{R}_{\leq 2}[t] \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da

$$F(t^2) = (10, 1, 0, 10) \quad F(1 + 4t^2) = (3, 0, 3, -9) \quad F(-3t) = (3, 0, 3, -9).$$

- a) Si calcoli la matrice associata a F rispetto alla base $\mathcal{B} = (1, t, t^2)$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[t]$ e alla base canonica di \mathbb{R}^4 . (3 punti)
- b) Si calcoli una base di $\text{Ker } F$ e una di $\text{Im } F$. (3 punti)

2) Si considerino le matrici a coefficienti reali

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 3 & \lambda + 2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda^2 - 4\lambda \\ 0 & -1 & 10 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

- a) Si calcoli per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ la matrice \mathbf{A} è invertibile. (3 punti)
 - b) Per $\lambda = 4$ si determini una base dello spazio delle righe di \mathbf{A} , mentre per $\lambda = 0$ si determini una base dello spazio delle colonne di \mathbf{A} . (3 punti)
 - c) Fissato $\lambda = -5$, siano $U = L(\mathbf{a}^1, \mathbf{a}^2)$ e $W = L(\mathbf{a}^3, \mathbf{a}^4)$. Si determini la dimensione di $U + W$ e quella di $U \cap W$. (3 punti)
 - d) Per $\lambda = 6$ si determinino le soluzioni del sistema lineare che ha \mathbf{A} come matrice dei coefficienti e \mathbf{b} come colonna dei termini noti. (3 punti)
-