

Rispondere UNICAMENTE su questo foglio, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

1) Si consideri la matrice a coefficienti reali

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 7 & 0 & -13 \\ -7 & 2 & -7 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

a) Si calcolino gli autovalori di A . (2 punti)

b) Sia $T_A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, l'applicazione canonicamente associata ad A . Scelto a piacere un autospazio per T_A , se ne trovi una base. (3 punti)

2) In \mathbb{R}^3 si considerino i vettori $v_1 = (-1, 1, 2)$, $v_2 = (-2, 2, 1 + \lambda)$ e $v_3 = (1, 0, 0)$.

a) Si dica per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ l'insieme $\{v_1, v_2, v_3\}$ è una base di \mathbb{R}^3 . (3 punti)

b) Fissato $\lambda = 3$, sia A la matrice che ha come i -esima riga il vettore v_i . Si determinino le soluzioni del sistema lineare $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix}$. (3 punti)

c) Fissato $\lambda = 4$ sia $\mathcal{B} = (v_1, v_2, v_3)$ e sia $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione definita da $F(v_1) = 3v_1 + 2v_2$, $F(v_2) = (0, 0, 0)$ e $F(v_3) = (3, -3, -6)$. Si determini la matrice associata a F rispetto a \mathcal{B} . (3 punti)

3) In \mathbb{R}^3 si consideri il piano $\Pi : \begin{cases} x = 3 + 2\alpha \\ y = \alpha - 7\beta \\ z = 2 - \alpha + \beta \end{cases} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$

a) Si determini una rappresentazione cartesiana per il piano Π' passante per il punto $P = (3, -1, 2)$ e parallelo al piano Π . (2 punti)

b) Si calcoli la distanza tra Π e Π' . (2 punti)

Rispondere UNICAMENTE su questo foglio, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

1) In \mathbb{R}^3 si considerino i vettori $v_1 = (-1, 1, 4)$, $v_2 = (-2, 2, 1 + \lambda)$ e $v_3 = (1, 0, 0)$.

a) Si dica per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ l'insieme $\{v_1, v_2, v_3\}$ è una base di \mathbb{R}^3 . (3 punti)

b) Fissato $\lambda = 7$, sia A la matrice che ha come i -esima riga il vettore v_i . Si determinino le soluzioni del sistema lineare $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix}$. (3 punti)

c) Fissato $\lambda = 8$ sia $\mathcal{B} = (v_1, v_2, v_3)$ e sia $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione definita da $F(v_1) = 3v_1 + 2v_2$, $F(v_2) = (0, 0, 0)$ e $F(v_3) = (3, -3, -12)$. Si determini la matrice associata a F rispetto a \mathcal{B} . (3 punti)

2) In \mathbb{R}^3 si consideri il piano $\Pi : \begin{cases} x = 3 + 4\alpha \\ y = \alpha - 6\beta \\ z = 4 - \alpha + \beta \end{cases} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$

a) Si determini una rappresentazione cartesiana per il piano Π' passante per il punto $P = (3, -1, 4)$ e parallelo al piano Π . (2 punti)

b) Si calcoli la distanza tra Π e Π' . (2 punti)

3) Si consideri la matrice a coefficienti reali

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 6 & 0 & -16 \\ -8 & 4 & 8 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

a) Si calcolino gli autovalori di A . (2 punti)

b) Sia $T_A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, l'applicazione canonicamente associata ad A . Scelto a piacere un autospazio per T_A , se ne trovi una base. (3 punti)

Rispondere UNICAMENTE su questo foglio, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

1) Si consideri la matrice a coefficienti reali

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 10 & 0 & -9 \\ -9 & 1 & -9 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Si calcolino gli autovalori di A . (2 punti)

b) Sia $T_A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, l'applicazione canonicamente associata ad A . Scelto a piacere un autospazio per T_A , se ne trovi una base. (3 punti)

2) In \mathbb{R}^3 si considerino i vettori $v_1 = (-1, 1, 1)$, $v_2 = (-2, 2, 1 + \lambda)$ e $v_3 = (1, 0, 0)$.

a) Si dica per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ l'insieme $\{v_1, v_2, v_3\}$ è una base di \mathbb{R}^3 . (3 punti)

b) Fissato $\lambda = 1$, sia A la matrice che ha come i -esima riga il vettore v_i . Si determinino le soluzioni del sistema lineare $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix}$. (3 punti)

c) Fissato $\lambda = 2$ sia $\mathcal{B} = (v_1, v_2, v_3)$ e sia $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione definita da $F(v_1) = 3v_1 + 2v_2$, $F(v_2) = (0, 0, 0)$ e $F(v_3) = (3, -3, -3)$. Si determini la matrice associata a F rispetto a \mathcal{B} . (3 punti)

3) In \mathbb{R}^3 si consideri il piano $\Pi : \begin{cases} x = 3 + \alpha \\ y = \alpha - 10\beta \\ z = 1 - \alpha + \beta \end{cases} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$

a) Si determini una rappresentazione cartesiana per il piano Π' passante per il punto $P = (3, -1, 1)$ e parallelo al piano Π . (2 punti)

b) Si calcoli la distanza tra Π e Π' . (2 punti)

Rispondere UNICAMENTE su questo foglio, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

1) In \mathbb{R}^3 si considerino i vettori $v_1 = (-1, 1, 6)$, $v_2 = (-2, 2, 1 + \lambda)$ e $v_3 = (1, 0, 0)$.

a) Si dica per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ l'insieme $\{v_1, v_2, v_3\}$ è una base di \mathbb{R}^3 . (3 punti)

b) Fissato $\lambda = 11$, sia A la matrice che ha come i -esima riga il vettore v_i . Si determinino le soluzioni del sistema lineare $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix}$. (3 punti)

c) Fissato $\lambda = 12$ sia $\mathcal{B} = (v_1, v_2, v_3)$ e sia $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione definita da $F(v_1) = 3v_1 + 2v_2$, $F(v_2) = (0, 0, 0)$ e $F(v_3) = (3, -3, -18)$. Si determini la matrice associata a F rispetto a \mathcal{B} . (3 punti)

2) In \mathbb{R}^3 si consideri il piano $\Pi : \begin{cases} x = 3 + 6\alpha \\ y = \alpha - 5\beta \\ z = 6 - \alpha + \beta \end{cases} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$

a) Si determini una rappresentazione cartesiana per il piano Π' passante per il punto $P = (3, -1, 6)$ e parallelo al piano Π . (2 punti)

b) Si calcoli la distanza tra Π e Π' . (2 punti)

3) Si consideri la matrice a coefficienti reali

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -19 \\ -9 & 6 & -9 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}.$$

a) Si calcolino gli autovalori di A . (2 punti)

b) Sia $T_A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, l'applicazione canonicamente associata ad A . Scelto a piacere un autospazio per T_A , se ne trovi una base. (3 punti)
