

Rispondere UNICAMENTE su questo foglio, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

1) Si consideri la matrice a coefficienti reali

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 7 & 0 & -13 \\ -7 & 2 & -7 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

a) Si calcolino gli autovalori di A . (2 punti)

b) Sia $T_A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, l'applicazione canonicamente associata ad A . Scelto a piacere un autospazio per T_A , se ne trovi una base. (3 punti)

2) Si consideri la matrice a coefficienti reali

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & \lambda & -1 \\ -1 & -1 & 7 \end{pmatrix}.$$

a) Si dica per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ la matrice A è definita positiva. (3 punti)

b) Sia $\lambda = 5$. In \mathbb{R}^3 , si considerino i vettori $v = (3, 1, -1)$ e $w = (1, -1, 1)$ e si determini la proiezione ortogonale del vettore v su $L(w)$ rispetto al prodotto scalare $\langle, \rangle : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$

definito $\langle (x_1, x_2, x_3), (y_1, y_2, y_3) \rangle = (x_1 \ x_2 \ x_3) A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$. (3 punti)

c) Fissato $\lambda = -2$, si classifichi la conica che ha A come discriminante. (3 punti)

3) In \mathbb{R}^3 si consideri il piano $\Pi : \begin{cases} x = 3 + 2\alpha \\ y = \alpha - 7\beta \\ z = 2 - \alpha + \beta \end{cases} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$

a) Si determini una rappresentazione cartesiana per il piano Π' passante per il punto $P = (3, -1, 2)$ e parallelo al piano Π . (2 punti)

b) Si calcoli la distanza tra Π e Π' . (2 punti)

Rispondere UNICAMENTE su questo foglio, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

1) Si consideri la matrice a coefficienti reali

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 1 & \lambda & -1 \\ -1 & -1 & 6 \end{pmatrix}.$$

a) Si dica per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ la matrice A è definita positiva. (3 punti)

b) Sia $\lambda = 6$. In \mathbb{R}^3 , si considerino i vettori $v = (3, 1, -1)$ e $w = (1, -1, 1)$ e si determini la proiezione ortogonale del vettore v su $L(w)$ rispetto al prodotto scalare $\langle, \rangle : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$

definito $\langle (x_1, x_2, x_3), (y_1, y_2, y_3) \rangle = (x_1 \ x_2 \ x_3) A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$. (3 punti)

c) Fissato $\lambda = -4$, si classifichi la conica che ha A come discriminante. (3 punti)

2) In \mathbb{R}^3 si consideri il piano $\Pi : \begin{cases} x = 3 + 4\alpha \\ y = \alpha - 6\beta \\ z = 4 - \alpha + \beta \end{cases} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$

a) Si determini una rappresentazione cartesiana per il piano Π' passante per il punto $P = (3, -1, 4)$ e parallelo al piano Π . (2 punti)

b) Si calcoli la distanza tra Π e Π' . (2 punti)

3) Si consideri la matrice a coefficienti reali

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 6 & 0 & -16 \\ -8 & 4 & -8 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

a) Si calcolino gli autovalori di A . (2 punti)

b) Sia $T_A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, l'applicazione canonicamente associata ad A . Scelto a piacere un autospazio per T_A , se ne trovi una base. (3 punti)

Rispondere UNICAMENTE su questo foglio, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

1) Si consideri la matrice a coefficienti reali

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 10 & 0 & -9 \\ -9 & 1 & -9 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Si calcolino gli autovalori di A . (2 punti)

b) Sia $T_A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, l'applicazione canonicamente associata ad A . Scelto a piacere un autospazio per T_A , se ne trovi una base. (3 punti)

2) Si consideri la matrice a coefficienti reali

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & \lambda & -1 \\ -1 & -1 & 10 \end{pmatrix}.$$

a) Si dica per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ la matrice A è definita positiva. (3 punti)

b) Sia $\lambda = 2$. In \mathbb{R}^3 , si considerino i vettori $v = (3, 1, -1)$ e $w = (1, -1, 1)$ e si determini la proiezione ortogonale del vettore v su $L(w)$ rispetto al prodotto scalare $\langle, \rangle : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$

definito $\langle (x_1, x_2, x_3), (y_1, y_2, y_3) \rangle = (x_1 \ x_2 \ x_3) A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$. (3 punti)

c) Fissato $\lambda = -1$, si classifichi la conica che ha A come discriminante. (3 punti)

3) In \mathbb{R}^3 si consideri il piano $\Pi : \begin{cases} x = 3 + \alpha \\ y = \alpha - 10\beta \\ z = 1 - \alpha + \beta \end{cases} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$

a) Si determini una rappresentazione cartesiana per il piano Π' passante per il punto $P = (3, -1, 1)$ e parallelo al piano Π . (2 punti)

b) Si calcoli la distanza tra Π e Π' . (2 punti)

Rispondere UNICAMENTE su questo foglio, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

1) Si consideri la matrice a coefficienti reali

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 6 & 1 & -1 \\ 1 & \lambda & -1 \\ -1 & -1 & 5 \end{pmatrix}.$$

a) Si dica per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ la matrice A è definita positiva. (3 punti)

b) Sia $\lambda = 7$. In \mathbb{R}^3 , si considerino i vettori $v = (3, 1, -1)$ e $w = (1, -1, 1)$ e si determini la proiezione ortogonale del vettore v su $L(w)$ rispetto al prodotto scalare $\langle, \rangle : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$

definito $\langle (x_1, x_2, x_3), (y_1, y_2, y_3) \rangle = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$.

(3 punti)

c) Fissato $\lambda = -6$, si classifichi la conica che ha A come discriminante. (3 punti)

2) In \mathbb{R}^3 si consideri il piano $\Pi : \begin{cases} x = 3 + 6\alpha \\ y = \alpha - 5\beta \\ z = 6 - \alpha + \beta \end{cases} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$

a) Si determini una rappresentazione cartesiana per il piano Π' passante per il punto $P = (3, -1, 6)$ e parallelo al piano Π . (2 punti)

b) Si calcoli la distanza tra Π e Π' . (2 punti)

3) Si consideri la matrice a coefficienti reali

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -19 \\ -9 & 6 & -9 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}.$$

a) Si calcolino gli autovalori di A . (2 punti)

b) Sia $T_A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, l'applicazione canonicamente associata ad A . Scelto a piacere un autospazio per T_A , se ne trovi una base. (3 punti)
