

Rispondere UNICAMENTE su questo foglio, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

---

1) Sia  $S$  il seguente sistema a coefficienti reali nelle variabili  $x, y, z$

$$\begin{cases} 3x + y + z = 1 \\ 4x + z = 1 \\ y + z = -1 \\ 7x + y + 2z = \lambda \end{cases}.$$

- a) Si discuta il sistema lineare al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$  (ossia si determini per quali valori di  $\lambda$  il sistema risulta impossibile, per quali determinato e per quali indeterminato). (3 punti)
- b) In  $\mathbb{R}^3$ , sia  $r$  la retta rappresentata, in forma cartesiana, dalle prime due equazioni di  $S$  e sia  $s$  quella rappresentata dalle ultime due equazioni di  $S$ . Si determini per quali valori di  $\lambda$  le rette  $r$  e  $s$  risultano sghembe. (3 punti)
- c) In  $\mathbb{R}^3$ , sia  $\Pi$  il piano di equazione cartesiana  $x + y - 2z = 4$ . Si determinino equazioni parametriche per il piano  $\Pi'$  perpendicolare a  $\Pi$  e passante per  $r$ . (3 punti)

2) Sia  $T : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  l'endomorfismo definito da

$$T \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + y & 2x + y \\ z + t & z + t \end{pmatrix}$$

- a) Si determini una base per  $\ker T$ . (3 punti)
  - b) Si dica se esiste una base di  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  spettrale per  $T$ . (3 punti)
  - c) Si determini  $T^{-1} \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ . (3 punti)
-

Rispondere UNICAMENTE su questo foglio, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

---

1) Sia  $T : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  l'endomorfismo definito da

$$T \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + y & 2x + y \\ z + t & z + t \end{pmatrix}$$

- a) Si determini una base per  $\ker T$ . (3 punti)
- b) Si dica se esiste una base di  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  spettrale per  $T$ . (3 punti)
- c) Si determini  $T^{-1} \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ . (3 punti)

2) Sia  $S$  il seguente sistema a coefficienti reali nelle variabili  $x, y, z$

$$\begin{cases} 3x + y + z = 1 \\ 4x + z = 1 \\ y + z = -1 \\ 7x + y + 2z = \lambda \end{cases}.$$

- a) Si discuta il sistema lineare al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$  (ossia si determini per quali valori di  $\lambda$  il sistema risulta impossibile, per quali determinato e per quali indeterminato). (3 punti)
  - b) In  $\mathbb{R}^3$ , sia  $r$  la retta rappresentata, in forma cartesiana, dalle prime due equazioni di  $S$  e sia  $s$  quella rappresentata dalle ultime due equazioni di  $S$ . Si determini per quali valori di  $\lambda$  le rette  $r$  e  $s$  risultano sghembe. (3 punti)
  - c) In  $\mathbb{R}^3$ , sia  $\Pi$  il piano di equazione cartesiana  $x + y - 2z = 4$ . Si determinino equazioni parametriche per il piano  $\Pi'$  perpendicolare a  $\Pi$  e passante per  $r$ . (3 punti)
-