

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di $1/2$ punto se l'indicazione è esatta, $-1/2$ punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora

1) Sia $n \geq 2$. Ha determinante uguale a zero una qualsiasi matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$

- F V** a) che sia non invertibile.
F V b) avente la prima riga uguale al doppio della seconda.
F V c) avente la somma delle colonne uguale al vettore nullo di \mathbf{K}^n .
F V d) per cui vale $A = B \cdot C$ con $\det(C) = 0$.

2) Due sistemi lineari S e S' sono equivalenti se

- F V** a) sono entrambi omogenei.
F V b) hanno lo stesso sistema omogeneo associato.
F V c) ogni soluzione di S verifica ogni equazione di S' .
F V d) la matrice completa di S è ottenuta dalla matrice completa di S' mediante trasformazioni elementari di riga.

3) Sia $\mathcal{B} = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ una base di uno spazio vettoriale reale V . Allora

- F V** a) $V = L(v_1) \oplus L(v_2, v_3, v_4)$.
F V b) V è isomorfo a \mathbf{R}^4 .
F V c) L'insieme $X = \{v_1, v_2, v_3\}$ è linearmente indipendente.
F V d) $v_1 \neq 0_V$.

4) Sia $T : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ un endomorfismo che ha $\begin{pmatrix} 13 & 11 \\ 62 & 64 \end{pmatrix}$ come matrice canonicamente associata.

Allora

- F V** a) T è invertibile.
F V b) $(1, -1)$ è autovettore di T .
F V c) T è una trasformazione ortogonale.
F V d) $(1, 0) \in \ker T$.

5) Le seguenti equazioni rappresentano una retta in uno spazio affine reale di dimensione 4.

- F V** a) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_2 + x_4 = 1 \\ x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$
F V b) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8$
F V c) $\begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 3 + \alpha \\ x_3 = \alpha + \beta \\ x_4 = \beta \end{cases} \quad \alpha, \beta \in \mathbf{R}$
F V d) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_2 + x_4 = 1 \\ 2x_2 + 2x_4 = 2 \end{cases}$

6) Sia $q : \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}$ una forma quadratica con segnatura $(2, 1)$. Allora

- F V** a) esiste una matrice associata a q regolare.
F V b) esiste $v \in \mathbf{R}^4$ tale che $q(v) < 0$.
F V c) q è un prodotto scalare.
F V d) una qualsiasi matrice associata a q ha almeno un autovalore positivo.

7) In uno spazio euclideo tridimensionale, siano π e τ due piani ortogonali tra loro. Allora

- F V** a) $\overrightarrow{\pi} \cap \overrightarrow{\tau} = \{(0, 0, 0)\}$.
F V b) ${}^\perp\overrightarrow{\pi} \subseteq \overrightarrow{\tau}$.
F V c) ogni retta contenuta nel piano π è ortogonale a τ .
F V d) esiste una retta contenuta nel piano π e ortogonale a τ .

8) Le matrici a coefficienti reali $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

- F V** a) sono simili e congruenti.
F V b) non sono nè simili nè congruenti.
F V c) sono congruenti, ma non simili.
F V d) sono simili, ma non congruenti.

9) In \mathbf{R}^3 , il sottoinsieme $W = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$

- F V** a) è un sottospazio affine.
F V b) è un sottospazio vettoriale.
F V c) contiene il punto $(1, 1, 1)$.
F V d) contiene l'asse x .

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di $1/2$ punto se l'indicazione è esatta, $-1/2$ punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora

1) In \mathbf{R}^3 , il sottoinsieme $W = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$

- F** **V** a) è un sottospazio affine.
F **V** b) è un sottospazio vettoriale.
F **V** c) contiene il punto $(1, 1, 1)$.
F **V** d) contiene l'asse x .

2) In uno spazio euclideo tridimensionale, siano π e τ due piani ortogonali tra loro. Allora

- F** **V** a) $\overrightarrow{\pi} \cap \overrightarrow{\tau} = \{(0, 0, 0)\}$.
F **V** b) ${}^\perp\overrightarrow{\pi} \subseteq \overrightarrow{\tau}$.
F **V** c) ogni retta contenuta nel piano π è ortogonale a τ .
F **V** d) esiste una retta contenuta nel piano π e ortogonale a τ .

3) Sia $q : \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}$ una forma quadratica con segnatura $(2, 1)$. Allora

- F** **V** a) esiste una matrice associata a q regolare.
F **V** b) esiste $v \in \mathbf{R}^4$ tale che $q(v) < 0$.
F **V** c) q è un prodotto scalare.
F **V** d) una qualsiasi matrice associata a q ha almeno un autovalore positivo.

4) Sia $\mathcal{B} = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ una base di uno spazio vettoriale reale V . Allora

- F** **V** a) $V = L(v_1) \oplus L(v_2, v_3, v_4)$.
F **V** b) V è isomorfo a \mathbf{R}^4 .
F **V** c) L'insieme $X = \{v_1, v_2, v_3\}$ è linearmente indipendente.
F **V** d) $v_1 \neq 0_V$.

5) Le matrici a coefficienti reali $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

- F** **V** a) sono simili e congruenti.
F **V** b) non sono nè simili nè congruenti.
F **V** c) sono congruenti, ma non simili.
F **V** d) sono simili, ma non congruenti.

6) Sia $n \geq 2$. Ha determinante uguale a zero una qualsiasi matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$

- F** **V** a) che sia non invertibile.
F **V** b) avente la prima riga uguale al doppio della seconda.
F **V** c) avente la somma delle colonne uguale al vettore nullo di \mathbf{K}^n .
F **V** d) per cui vale $A = B \cdot C$ con $\det(C) = 0$.

7) Sia $T : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ un endomorfismo che ha $\begin{pmatrix} 13 & 11 \\ 62 & 64 \end{pmatrix}$ come matrice canonicamente associata.

Allora

F V a) T è invertibile.

F V b) $(1, -1)$ è autovettore di T .

F V c) T è una trasformazione ortogonale.

F V d) $(1, 0) \in \ker T$.

8) Due sistemi lineari S e S' sono equivalenti se

F V a) sono entrambi omogenei.

F V b) hanno lo stesso sistema omogeneo associato.

F V c) ogni soluzione di S verifica ogni equazione di S' .

F V d) la matrice completa di S è ottenuta dalla matrice completa di S' mediante trasformazioni elementari di riga.

9) Le seguenti equazioni rappresentano una retta in uno spazio affine reale di dimensione 4.

F V a)
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_2 + x_4 = 1 \\ x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

F V b) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8$

F V c)
$$\begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 3 + \alpha \\ x_3 = \alpha + \beta \\ x_4 = \beta \end{cases} \quad \alpha, \beta \in \mathbf{R}$$

F V d)
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_2 + x_4 = 1 \\ 2x_2 + 2x_4 = 2 \end{cases}$$