

Rispondere UNICAMENTE su questo foglio, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

---

In  $\mathbb{R}^3$  dati i vettori  $v_1 = (1, 1, 1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$ ,  $v_3 = (-1, \lambda - 2, -1)$ ,  $v_4 = (2, 2, \lambda + 2)$  sia  $A$  la matrice la matrice che ha  $v_i$  come  $i$ -esima riga, per  $i = 1, 2, 3, 4$  e sia  $B = {}^tA \cdot A$ .

- a) Si dica per quali valori di  $\lambda \in \mathbb{R}$  l'insieme  $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  genera  $\mathbb{R}^3$  e per quali valori è linearmente indipendente. (4 punti)
  - b) Si dica per quali valori di  $\lambda$  l'insieme  $\{v_1, v_2, v_3\}$  è ortogonale. Esistono dei valori per cui tale insieme è ortonormale? (4 punti)
  - c) Si determinino equazioni cartesiane per il piano passante per i punti  $(3, 1, 1)$  e  $(1, 0, 1)$  e avente  $v_1$  come vettore libero. (3 punti)
  - d) Fissato  $\lambda = 0$ , sia  $T_A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$  l'applicazione lineare che ha  $A$  come matrice canonicamente associata. Si determini  $T_A^{-1}\{(1, 0, 0, 2)\}$ . (3 punti)
  - e) Fissato  $\lambda = 0$  si dica se la matrice  $B$  è definita. (4 punti)
-

Rispondere UNICAMENTE su questo foglio, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

---

In  $\mathbb{R}^3$  dati i vettori  $v_1 = (1, 1, 1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$ ,  $v_3 = (-1, \lambda - 2, -1)$ ,  $v_4 = (2, 2, \lambda + 2)$  sia  $A$  la matrice la matrice che ha  $v_i$  come  $i$ -esima riga, per  $i = 1, 2, 3, 4$  e sia  $B = {}^tA \cdot A$ .

- a) Si dica per quali valori di  $\lambda$  l'insieme  $\{v_1, v_2, v_3\}$  è ortogonale. Esistono dei valori per cui tale insieme è ortonormale? (4 punti)
  - b) Fissato  $\lambda = 0$  si dica se la matrice  $B$  è definita. (4 punti)
  - c) Fissato  $\lambda = 0$ , sia  $T_A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$  l'applicazione lineare che ha  $A$  come matrice canonicamente associata. Si determini  $T_A^{-1}\{(1, 0, 0, 2)\}$ . (3 punti)
  - d) Si dica per quali valori di  $\lambda \in \mathbb{R}$  l'insieme  $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  genera  $\mathbb{R}^3$  e per quali valori è linearmente indipendente. (4 punti)
  - e) Si determinino equazioni cartesiane per il piano passante per i punti  $(3, 1, 1)$  e  $(1, 0, 1)$  e avente  $v_1$  come vettore libero. (3 punti)
-