14/04/2012 N. di Matricola: **Num. Matr.** 00101

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) L'anello

F **V** a) $(\mathbf{Z}_4, +, \cdot)$ è un campo.

F **V** b) $(\mathbf{R}[t], +, \cdot)$ ha infiniti elementi invertibili.

F **V** c) $(\mathcal{M}_n(\mathbf{K}), +, \cdot)$ è unitario.

F **V** d) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ ha caratteristica zero.

2) Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ una matrice con determinante zero.

F **V** a) Allora esiste $B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ tale che $A \cdot B = I_n$.

F **V** b) Allora esiste $v \in \mathbf{K}^n$ che non appartiene allo spazio generato dalle righe.

F **V** c) Se B è ottenuta da A scambiando due righe, $\det B = \det A$.

F **V** d) Se $C = A \cdot B$, anche il determinante di C è zero.

3) Sia $A \in \mathcal{M}_{4\times 3}(\mathbf{R})$ una matrice di rango 3. Allora

F **V** a) le righe di A sono linearmente indipendenti.

F **V** b) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F **V** c) esiste un minore di ordine 2 con determinante diverso da zero.

F **V** d) riducendo A a gradini per righe si ottiene una matrice con una riga nulla.

4) Sia $S = (A, b)$ un qualunque sistema lineare impossibile. Allora

F **V** a) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F **V** b) S non è omogeneo.

F **V** c) b non è combinazione lineare delle colonne di A.

F **V** d) la matrice completa associata a S è quadrata e ha rango massimo.

5) La seguente operazione **non** cambia lo spazio delle soluzioni di un sistema lineare

F **V** a) scambiare due righe della matrice incompleta.

F **V** b) scambiare due colonne della matrice completa.

F **V** c) moltiplicare una riga della matrice completa per zero.

F **V** d) eliminare una riga della matrice completa del tipo $(0 \cdots 0\ 1)$.

6) Il seguente **non** è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^3$

F **V** a) $\{(0, 0, 0)\}$.

F **V** b) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \in \mathbf{Z}\}$.

F **V** c) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \neq 0\}$.

F **V** d) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid xy = 0\}$.

7) Sia $\mathcal{B}$ una base di uno spazio vettoriale V.

F **V** a) Se $v \in \mathcal{B}$ allora $\mathcal{B} \setminus \{v\}$ non è una base di V.

F **V** b) Allora $\mathcal{B}$ è un insieme di generatori di V.

F **V** c) Se $\dim V = n$ allora $\mathcal{B}$ contiene n vettori.

F **V** d) Se $v_1, \dots, v_k \in \mathcal{B}$ e $a_1 v_1 + \cdots + a_k v_k = 0_V$ allora $a_1 = \cdots = a_k = 0$.

8) La seguente trasformazione è lineare

F **V** a) $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ definita da $T(x, y) = (x, x^2, y)$.

F **V** b) $T : \mathcal{M}_n(\mathbf{K}) \to \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ definita da $T(A) = {}^t A$.

F **V** c) $T : \mathbf{R}[t] \to \mathbf{R}[t]$ definita da $T(p) = t \cdot p$.

F **V** d) $T : \mathcal{F}^2_O \to \mathcal{F}^2_O$ che associa al vettore v il vettore ottenuto ruotando v di $100°$ in senso antiorario intorno ad O ($\mathcal{F}^2_O$ indica lo spazio dei vettori geometrici del piano applicati in O).

9) Sia $T : V \to W$ una trasformazione lineare e siano $v, w \in V$.

F **V** a) Se $v = -w$ allora $T(v) = -T(w)$.

F **V** b) Se $\{u, w\}$ genera V allora $\{T(u), T(w)\}$ genera W.

F **V** c) $T(L(v, w))$ è un sottospazio di W.

F **V** d) Se $v \neq 0_V$ e $T(v) = 0_W$ allora T non è iniettiva.

14/04/2012 N. di Matricola: **Num. Matr.** 00110

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) Il seguente è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^3$

F V a) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid xy = 0\}$.
F V b) $\{(0, 0, 0)\}$.
F V c) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \in \mathbf{Z}\}$.
F V d) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \neq 0\}$.

2) Sia $T : V \to W$ una trasformazione lineare e siano $v, w \in V$.

F V a) Se $T(v) = T(w)$ allora $v - w \in \ker V$.
F V b) Se $\{T(u), T(w)\}$ genera W allora T è suriettiva.
F V c) Se U è un sottospazio di W allora $T^{-1}(U)$ è un sottospazio di V.
F V d) Se $T(v) = -T(w)$ allora $v = -w$.

3) La seguente trasformazione è lineare

F V a) $T : \mathcal{F}^2_O \to \mathcal{F}^2_O$ che associa al vettore v il vettore ottenuto ruotando v di 30° in senso antiorario intorno ad O ($\mathcal{F}^2_O$ indica lo spazio dei vettori geometrici del piano applicati in O).
F V b) $T : M_n(\mathbf{K}) \to \mathbf{K}$ definita da $T(A) = \det A$.
F V c) $T : \mathbf{R}[t] \to \mathbf{R}[t]$ definita da $T(p) = p'$.
F V d) $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ definita da $T(x, y) = (x, x, y)$.

4) Un sistema lineare $S = (A, b)$ è impossibile se

F V a) la matrice completa associata a S è quadrata e ha rango massimo.
F V b) le colonne di A sono linearmente indipendenti.
F V c) non è omogeneo.
F V d) b non è combinazione lineare delle colonne di A.

5) Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ una matrice con determinante diverso da zero. Allora

F V a) esiste $B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ tale che $A \cdot B = I_n$.
F V b) Se B è ottenuta da A scambiando due righe, $\det B = \det A$.
F V c) esiste $v \in \mathbf{K}^n$ che non appartiene allo spazio generato dalle righe.
F V d) Se $C = A \cdot B$, anche il determinante di C è diverso da zero.

6) L'anello

F V a) $(\mathbf{R}, +, \cdot)$ è un campo.
F V b) $(\mathcal{M}_n(\mathbf{K}), +, \cdot)$ è commutativo.
F V c) $(\mathbf{Z}_3[t], +, \cdot)$ ha infiniti elementi invertibili.
F V d) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ possiede divisori dello zero.

7) La seguente operazione **non** cambia lo spazio delle soluzioni di un sistema lineare

F **V** a) eliminare una riga della matrice completa del tipo $(0 \cdots 0)$.

F **V** b) scambiare le righe della matrice completa.

F **V** c) scambiare le colonne della matrice incompleta.

F **V** d) moltiplicare una riga della matrice completa per uno scalare diverso da zero.

8) Sia $A \in \mathcal{M}_{3\times 4}(\mathbf{R})$ una matrice di rango 3. Allora

F **V** a) le righe di A sono linearmente indipendenti.

F **V** b) esiste un minore di ordine 2 con determinante diverso da zero.

F **V** c) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F **V** d) riducendo A a gradini per righe si ottiene una matrice con una riga nulla.

9) Sia $\mathcal{B}$ una base di uno spazio vettoriale V finitamente generato.

F **V** a) Ogni vettore di V è combinazione lineare dei vettori di $\mathcal{B}$.

F **V** b) Allora $\mathcal{B}$ è un insieme linearmente indipendente.

F **V** c) Se $\mathcal{B}$ contiene n vettori allora $\dim V = n$.

F **V** d) Se $v \in V$ e $v \notin \mathcal{B}$ allora $\mathcal{B} \cup \{v\}$ non è una base di V.

14/04/2012 N. di Matricola: **Num. Matr.** 00111

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ una matrice con determinante zero.

F **V** a) Se $C = A \cdot B$, anche il determinante di C è zero.
F **V** b) Allora esiste $B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ tale che $A \cdot B = I_n$.
F **V** c) Allora esiste $v \in \mathbf{K}^n$ che non appartiene allo spazio generato dalle righe.
F **V** d) Se B è ottenuta da A scambiando due righe, $\det B = \det A$.

2) La seguente operazione **non** cambia lo spazio delle soluzioni di un sistema lineare

F **V** a) eliminare una riga della matrice completa del tipo $(0 \cdots 0\ 1)$.
F **V** b) moltiplicare una riga della matrice completa per zero.
F **V** c) scambiare due colonne della matrice completa.
F **V** d) scambiare due righe della matrice incompleta.

3) Il seguente **non** è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^3$

F **V** a) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid xy = 0\}$.
F **V** b) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \neq 0\}$.
F **V** c) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \in \mathbf{Z}\}$.
F **V** d) $\{(0, 0, 0)\}$.

4) Sia $\mathcal{B}$ una base di uno spazio vettoriale V.

F **V** a) Se $v \in \mathcal{B}$ allora $\mathcal{B} \setminus \{v\}$ non è una base di V.
F **V** b) Se $\dim V = n$ allora $\mathcal{B}$ contiene n vettori.
F **V** c) Se $v_1, \ldots, v_k \in \mathcal{B}$ e $a_1 v_1 + \cdots + a_k v_k = 0_V$ allora $a_1 = \cdots = a_k = 0$.
F **V** d) Allora $\mathcal{B}$ è un insieme di generatori di V.

5) Sia $A \in \mathcal{M}_{4\times 3}(\mathbf{R})$ una matrice di rango 3.

F **V** a) riducendo A a gradini per righe si ottiene una matrice con una riga nulla.
F **V** b) le righe di A sono linearmente indipendenti.
F **V** c) le colonne di A sono linearmente indipendenti.
F **V** d) esiste un minore di ordine 2 con determinante diverso da zero.

6) Sia $S = (A, b)$ un qualunque sistema lineare impossibile. Allora

F **V** a) la matrice completa associata a S è quadrata e ha rango massimo.
F **V** b) b non è combinazione lineare delle colonne di A.
F **V** c) S non è omogeneo.
F **V** d) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

7) La seguente trasformazione è lineare

F **V** a) $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ definita da $T(x, y) = (x, x^2, y)$.

F **V** b) $T : \mathbf{R}[t] \to \mathbf{R}[t]$ definita da $T(p) = t \cdot p$.

F **V** c) $T : \mathcal{F}^2_O \to \mathcal{F}^2_O$ che associa al vettore v il vettore ottenuto ruotando v di $100°$ in senso antiorario intorno ad O ($\mathcal{F}^2_O$ indica lo spazio dei vettori geometrici del piano applicati in O).

F **V** d) $T : \mathcal{M}_n(\mathbf{K}) \to \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ definita da $T(A) = {}^t A$.

8) Sia $T : V \to W$ una trasformazione lineare e siano $v, w \in V$.

F **V** a) Se $v = -w$ allora $T(v) = -T(w)$.

F **V** b) $T(L(v, w))$ è un sottospazio di W.

F **V** c) Se $v \neq 0_V$ e $T(v) = 0_W$ allora T non è iniettiva.

F **V** d) Se $\{u, w\}$ genera V allora $\{T(u), T(w)\}$ genera W.

9) L'anello

F **V** a) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ ha caratteristica zero.

F **V** b) $(\mathbf{Z}_4, +, \cdot)$ è un campo.

F **V** c) $(\mathbf{R}[t], +, \cdot)$ ha infiniti elementi invertibili.

F **V** d) $(\mathcal{M}_n(\mathbf{K}), +, \cdot)$ è unitario.

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) Sia $T : V \to W$ una trasformazione lineare e siano $v, w \in V$.

F **V** a) Se $\{T(u), T(w)\}$ genera W allora T è suriettiva.

F **V** b) Se U è un sottospazio di W allora $T^{-1}(U)$ è un sottospazio di V.

F **V** c) Se $T(v) = T(w)$ allora $v - w \in \ker V$.

F **V** d) Se $T(v) = -T(w)$ allora $v = -w$.

2) La seguente operazione **non** cambia lo spazio delle soluzioni di un sistema lineare

F **V** a) moltiplicare una riga della matrice completa per uno scalare diverso da zero.

F **V** b) scambiare le colonne della matrice incompleta.

F **V** c) scambiare le righe della matrice completa.

F **V** d) eliminare una riga della matrice completa del tipo $(0 \cdots 0)$.

3) L'anello

F **V** a) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ possiede divisori dello zero.

F **V** b) $(\mathcal{M}_n(\mathbf{K}), +, \cdot)$ è commutativo.

F **V** c) $(\mathbf{R}, +, \cdot)$ è un campo.

F **V** d) $(\mathbf{Z}_3[t], +, \cdot)$ ha infiniti elementi invertibili.

4) Il seguente è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^3$

F **V** a) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \neq 0\}$.

F **V** b) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \in \mathbf{Z}\}$.

F **V** c) $\{(0, 0, 0)\}$.

F **V** d) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid xy = 0\}$.

5) La seguente trasformazione è lineare

F **V** a) $T : M_n(\mathbf{K}) \to \mathbf{K}$ definita da $T(A) = \det A$.

F **V** b) $T : \mathbf{R}[t] \to \mathbf{R}[t]$ definita da $T(p) = p'$.

F **V** c) $T : \mathcal{F}^2_O \to \mathcal{F}^2_O$ che associa al vettore v il vettore ottenuto ruotando v di 30° in senso antiorario intorno ad O ($\mathcal{F}^2_O$ indica lo spazio dei vettori geometrici del piano applicati in O).

F **V** d) $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ definita da $T(x, y) = (x, x, y)$.

6) Sia $\mathcal{B}$ una base di uno spazio vettoriale V finitamente generato.

F **V** a) Allora $\mathcal{B}$ è un insieme linearmente indipendente.

F **V** b) Se $\mathcal{B}$ contiene n vettori allora $\dim V = n$.

F **V** c) Ogni vettore di V è combinazione lineare dei vettori di $\mathcal{B}$.

F **V** d) Se $v \in V$ e $v \notin \mathcal{B}$ allora $\mathcal{B} \cup \{v\}$ non è una base di V.

7) Sia $A \in \mathcal{M}_{3\times 4}(\mathbf{R})$ una matrice di rango 3.

F V a) riducendo A a gradini per righe si ottiene una matrice con una riga nulla.

F V b) esiste un minore di ordine 2 con determinante diverso da zero.

F V c) le righe di A sono linearmente indipendenti.

F V d) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

8) Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ una matrice con determinante diverso da zero. Allora

F V a) Se $C = A \cdot B$, anche il determinante di C è diverso da zero.

F V b) Se B è ottenuta da A scambiando due righe, $\det B = \det A$.

F V c) esiste $B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ tale che $A \cdot B = I_n$.

F V d) esiste $v \in \mathbf{K}^n$ che non appartiene allo spazio generato dalle righe.

9) Un sistema lineare $S = (A, b)$ è impossibile se

F V a) b non è combinazione lineare delle colonne di A.

F V b) non è omogeneo.

F V c) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F V d) la matrice completa associata a S è quadrata e ha rango massimo.

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ una matrice con determinante zero.

F V a) Se $C = A \cdot B$, anche il determinante di C è zero.
F V b) Allora esiste $B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ tale che $A \cdot B = I_n$.
F V c) Se B è ottenuta da A scambiando due righe, $\det B = \det A$.
F V d) Allora esiste $v \in \mathbf{K}^n$ che non appartiene allo spazio generato dalle righe.

2) Sia $A \in \mathcal{M}_{4\times 3}(\mathbf{R})$ una matrice di rango 3.

F V a) riducendo A a gradini per righe si ottiene una matrice con una riga nulla.
F V b) le righe di A sono linearmente indipendenti.
F V c) esiste un minore di ordine 2 con determinante diverso da zero.
F V d) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

3) La seguente trasformazione è lineare

F V a) $T : \mathcal{M}_n(\mathbf{K}) \to \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ definita da $T(A) =^t A$.
F V b) $T : \mathcal{F}^2_O \to \mathcal{F}^2_O$ che associa al vettore v il vettore ottenuto ruotando v di $100°$ in senso antiorario intorno ad O ($\mathcal{F}^2_O$ indica lo spazio dei vettori geometrici del piano applicati in O).
F V c) $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ definita da $T(x, y) = (x, x^2, y)$.
F V d) $T : \mathbf{R}[t] \to \mathbf{R}[t]$ definita da $T(p) = t \cdot p$.

4) Sia $S = (A, b)$ un qualunque sistema lineare impossibile. Allora

F V a) S non è omogeneo.
F V b) le colonne di A sono linearmente indipendenti.
F V c) la matrice completa associata a S è quadrata e ha rango massimo.
F V d) b non è combinazione lineare delle colonne di A.

5) La seguente operazione **non** cambia lo spazio delle soluzioni di un sistema lineare

F V a) scambiare due colonne della matrice completa.
F V b) scambiare due righe della matrice incompleta.
F V c) eliminare una riga della matrice completa del tipo $(0 \cdots 0\ 1)$.
F V d) moltiplicare una riga della matrice completa per zero.

6) Il seguente **non** è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^3$

F V a) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \in \mathbf{Z}\}$.
F V b) $\{(0, 0, 0)\}$.
F V c) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid xy = 0\}$.
F V d) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \neq 0\}$.

7) Sia $\mathcal{B}$ una base di uno spazio vettoriale V.

F **V** a) Allora $\mathcal{B}$ è un insieme di generatori di V.

F **V** b) Se $v_1, \ldots, v_k \in \mathcal{B}$ e $a_1v_1 + \cdots + a_kv_k = 0_V$ allora $a_1 = \cdots = a_k = 0$.

F **V** c) Se $v \in \mathcal{B}$ allora $\mathcal{B} \setminus \{v\}$ non è una base di V.

F **V** d) Se $\dim V = n$ allora $\mathcal{B}$ contiene n vettori.

8) Sia $T : V \to W$ una trasformazione lineare e siano $v, w \in V$.

F **V** a) Se $\{u, w\}$ genera V allora $\{T(u), T(w)\}$ genera W.

F **V** b) Se $v \neq 0_V$ e $T(v) = 0_W$ allora T non è iniettiva.

F **V** c) Se $v = -w$ allora $T(v) = -T(w)$.

F **V** d) $T(L(v, w))$ è un sottospazio di W.

9) L'anello

F **V** a) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ ha caratteristica zero.

F **V** b) $(\mathbf{Z}_4, +, \cdot)$ è un campo.

F **V** c) $(\mathcal{M}_n(\mathbf{K}), +, \cdot)$ è unitario.

F **V** d) $(\mathbf{R}[t], +, \cdot)$ ha infiniti elementi invertibili.

14/04/2012 N. di Matricola: **Num. Matr.** 01010

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) Sia $\mathcal{B}$ una base di uno spazio vettoriale V finitamente generato.

F V a) Se $\mathcal{B}$ contiene n vettori allora $\dim V = n$.

F V b) Se $v \in V$ e $v \notin \mathcal{B}$ allora $\mathcal{B} \cup \{v\}$ non è una base di V.

F V c) Allora $\mathcal{B}$ è un insieme linearmente indipendente.

F V d) Ogni vettore di V è combinazione lineare dei vettori di $\mathcal{B}$.

2) Il seguente è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^3$

F V a) $\{(0,0,0)\}$.

F V b) $\{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \mid xy = 0\}$.

F V c) $\{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \in \mathbf{Z}\}$.

F V d) $\{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \neq 0\}$.

3) Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ una matrice con determinante diverso da zero. Allora

F V a) esiste $v \in \mathbf{K}^n$ che non appartiene allo spazio generato dalle righe.

F V b) Se B è ottenuta da A scambiando due righe, $\det B = \det A$.

F V c) esiste $B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ tale che $A \cdot B = I_n$.

F V d) Se $C = A \cdot B$, anche il determinante di C è diverso da zero.

4) L'anello

F V a) $(\mathbf{Z}_3[t], +, \cdot)$ ha infiniti elementi invertibili.

F V b) $(\mathcal{M}_n(\mathbf{K}), +, \cdot)$ è commutativo.

F V c) $(\mathbf{R}, +, \cdot)$ è un campo.

F V d) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ possiede divisori dello zero.

5) La seguente trasformazione è lineare

F V a) $T : \mathbf{R}[t] \to \mathbf{R}[t]$ definita da $T(p) = p'$.

F V b) $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ definita da $T(x,y) = (x,x,y)$.

F V c) $T : M_n(\mathbf{K}) \to \mathbf{K}$ definita da $T(A) = \det A$.

F V d) $T : \mathcal{F}^2_O \to \mathcal{F}^2_O$ che associa al vettore v il vettore ottenuto ruotando v di 30° in senso antiorario intorno ad O ($\mathcal{F}^2_O$ indica lo spazio dei vettori geometrici del piano applicati in O).

6) Sia $T : V \to W$ una trasformazione lineare e siano $v, w \in V$.

F V a) Se U è un sottospazio di W allora $T^{-1}(U)$ è un sottospazio di V.

F V b) Se $T(v) = -T(w)$ allora $v = -w$.

F V c) Se $\{T(u), T(w)\}$ genera W allora T è suriettiva.

F V d) Se $T(v) = T(w)$ allora $v - w \in \ker V$.

7) Un sistema lineare $S = (A, b)$ è impossibile se

F **V** a) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F **V** b) la matrice completa associata a S è quadrata e ha rango massimo.

F **V** c) non è omogeneo.

F **V** d) b non è combinazione lineare delle colonne di A.

8) Sia $A \in \mathcal{M}_{3\times 4}(\mathbf{R})$ una matrice di rango 3.

F **V** a) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F **V** b) esiste un minore di ordine 2 con determinante diverso da zero.

F **V** c) le righe di A sono linearmente indipendenti.

F **V** d) riducendo A a gradini per righe si ottiene una matrice con una riga nulla.

9) La seguente operazione **non** cambia lo spazio delle soluzioni di un sistema lineare

F **V** a) scambiare le righe della matrice completa.

F **V** b) eliminare una riga della matrice completa del tipo $(0 \cdots 0)$.

F **V** c) scambiare le colonne della matrice incompleta.

F **V** d) moltiplicare una riga della matrice completa per uno scalare diverso da zero.

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di* $1/2$ *punto se l'indicazione è esatta,* $-1/2$ *punto se è errata,* 0 *in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ una matrice con determinante zero.

F **V** a) Se B è ottenuta da A scambiando due righe, $\det B = \det A$.

F **V** b) Allora esiste $v \in \mathbf{K}^n$ che non appartiene allo spazio generato dalle righe.

F **V** c) Se $C = A \cdot B$, anche il determinante di C è zero.

F **V** d) Allora esiste $B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ tale che $A \cdot B = I_n$.

2) Sia $A \in \mathcal{M}_{4\times 3}(\mathbf{R})$ una matrice di rango 3.

F **V** a) esiste un minore di ordine 2 con determinante diverso da zero.

F **V** b) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F **V** c) riducendo A a gradini per righe si ottiene una matrice con una riga nulla.

F **V** d) le righe di A sono linearmente indipendenti.

3) Sia $S = (A, b)$ un qualunque sistema lineare impossibile. Allora

F **V** a) S non è omogeneo.

F **V** b) b non è combinazione lineare delle colonne di A.

F **V** c) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F **V** d) la matrice completa associata a S è quadrata e ha rango massimo.

4) La seguente operazione **non** cambia lo spazio delle soluzioni di un sistema lineare

F **V** a) scambiare due colonne della matrice completa.

F **V** b) moltiplicare una riga della matrice completa per zero.

F **V** c) scambiare due righe della matrice incompleta.

F **V** d) eliminare una riga della matrice completa del tipo $(0 \cdots 0\ 1)$.

5) Sia $T : V \to W$ una trasformazione lineare e siano $v, w \in V$.

F **V** a) Se $v = -w$ allora $T(v) = -T(w)$.

F **V** b) Se $v \neq 0_V$ e $T(v) = 0_W$ allora T non è iniettiva.

F **V** c) Se $\{u, w\}$ genera V allora $\{T(u), T(w)\}$ genera W.

F **V** d) $T(L(v, w))$ è un sottospazio di W.

6) L'anello

F **V** a) $(\mathcal{M}_n(\mathbf{K}), +, \cdot)$ è unitario.

F **V** b) $(\mathbf{R}[t], +, \cdot)$ ha infiniti elementi invertibili.

F **V** c) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ ha caratteristica zero.

F **V** d) $(\mathbf{Z}_4, +, \cdot)$ è un campo.

7) Il seguente **non** è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^3$

F V a) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \in \mathbf{Z}\}$.

F V b) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \neq 0\}$.

F V c) $\{(0, 0, 0)\}$.

F V d) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid xy = 0\}$.

8) Sia $\mathcal{B}$ una base di uno spazio vettoriale V.

F V a) Se $v \in \mathcal{B}$ allora $\mathcal{B} \setminus \{v\}$ non è una base di V.

F V b) Se $v_1, \ldots, v_k \in \mathcal{B}$ e $a_1 v_1 + \cdots + a_k v_k = 0_V$ allora $a_1 = \cdots = a_k = 0$.

F V c) Allora $\mathcal{B}$ è un insieme di generatori di V.

F V d) Se $\dim V = n$ allora $\mathcal{B}$ contiene n vettori.

9) La seguente trasformazione è lineare

F V a) $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ definita da $T(x, y) = (x, x^2, y)$.

F V b) $T : \mathcal{F}^2_O \to \mathcal{F}^2_O$ che associa al vettore v il vettore ottenuto ruotando v di $100°$ in senso antiorario intorno ad O ($\mathcal{F}^2_O$ indica lo spazio dei vettori geometrici del piano applicati in O).

F V c) $T : \mathcal{M}_n(\mathbf{K}) \to \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ definita da $T(A) = {}^t A$.

F V d) $T : \mathbf{R}[t] \to \mathbf{R}[t]$ definita da $T(p) = t \cdot p$.

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di* $1/2$ *punto se l'indicazione è esatta,* $-1/2$ *punto se è errata,* 0 *in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) La seguente operazione **non** cambia lo spazio delle soluzioni di un sistema lineare

F **V** a) eliminare una riga della matrice completa del tipo $(0 \cdots 0)$.
F **V** b) scambiare le colonne della matrice incompleta.
F **V** c) moltiplicare una riga della matrice completa per uno scalare diverso da zero.
F **V** d) scambiare le righe della matrice completa.

2) La seguente trasformazione è lineare

F **V** a) $T : \mathbf{R}[t] \to \mathbf{R}[t]$ definita da $T(p) = p'$.
F **V** b) $T : M_n(\mathbf{K}) \to \mathbf{K}$ definita da $T(A) = \det A$.
F **V** c) $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ definita da $T(x, y) = (x, x, y)$.
F **V** d) $T : \mathcal{F}^2_O \to \mathcal{F}^2_O$ che associa al vettore v il vettore ottenuto ruotando v di $30°$ in senso antiorario intorno ad O ($\mathcal{F}^2_O$ indica lo spazio dei vettori geometrici del piano applicati in O).

3) L'anello

F **V** a) $(\mathbf{R}, +, \cdot)$ è un campo.
F **V** b) $(\mathbf{Z}_3[t], +, \cdot)$ ha infiniti elementi invertibili.
F **V** c) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ possiede divisori dello zero.
F **V** d) $(\mathcal{M}_n(\mathbf{K}), +, \cdot)$ è commutativo.

4) Sia $T : V \to W$ una trasformazione lineare e siano $v, w \in V$.

F **V** a) Se U è un sottospazio di W allora $T^{-1}(U)$ è un sottospazio di V.
F **V** b) Se $\{T(u), T(w)\}$ genera W allora T è suriettiva.
F **V** c) Se $T(v) = -T(w)$ allora $v = -w$.
F **V** d) Se $T(v) = T(w)$ allora $v - w \in \ker V$.

5) Sia $A \in \mathcal{M}_{3\times 4}(\mathbf{R})$ una matrice di rango 3.

F **V** a) le righe di A sono linearmente indipendenti.
F **V** b) le colonne di A sono linearmente indipendenti.
F **V** c) riducendo A a gradini per righe si ottiene una matrice con una riga nulla.
F **V** d) esiste un minore di ordine 2 con determinante diverso da zero.

6) Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ una matrice con determinante diverso da zero. Allora

F **V** a) esiste $B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ tale che $A \cdot B = I_n$.
F **V** b) esiste $v \in \mathbf{K}^n$ che non appartiene allo spazio generato dalle righe.
F **V** c) Se $C = A \cdot B$, anche il determinante di C è diverso da zero.
F **V** d) Se B è ottenuta da A scambiando due righe, $\det B = \det A$.

7) Il seguente è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^3$

F **V** a) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid xy = 0\}$.

F **V** b) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \in \mathbf{Z}\}$.

F **V** c) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \neq 0\}$.

F **V** d) $\{(0, 0, 0)\}$.

8) Un sistema lineare $S = (A, b)$ è impossibile se

F **V** a) la matrice completa associata a S è quadrata e ha rango massimo.

F **V** b) non è omogeneo.

F **V** c) b non è combinazione lineare delle colonne di A.

F **V** d) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

9) Sia $\mathcal{B}$ una base di uno spazio vettoriale V finitamente generato.

F **V** a) Se $\mathcal{B}$ contiene n vettori allora $\dim V = n$.

F **V** b) Allora $\mathcal{B}$ è un insieme linearmente indipendente.

F **V** c) Se $v \in V$ e $v \notin \mathcal{B}$ allora $\mathcal{B} \cup \{v\}$ non è una base di V.

F **V** d) Ogni vettore di V è combinazione lineare dei vettori di $\mathcal{B}$.

14/04/2012 N. di Matricola: **Num. Matr.** 01101

*Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) Sia $A \in \mathcal{M}_{4\times 3}(\mathbf{R})$ una matrice di rango 3.

F V a) le colonne di A sono linearmente indipendenti.
F V b) riducendo A a gradini per righe si ottiene una matrice con una riga nulla.
F V c) esiste un minore di ordine 2 con determinante diverso da zero.
F V d) le righe di A sono linearmente indipendenti.

2) La seguente trasformazione è lineare

F V a) $T : \mathcal{M}_n(\mathbf{K}) \to \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ definita da $T(A) = {}^t A$.
F V b) $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ definita da $T(x, y) = (x, x^2, y)$.
F V c) $T : \mathbf{R}[t] \to \mathbf{R}[t]$ definita da $T(p) = t \cdot p$.
F V d) $T : \mathcal{F}^2_O \to \mathcal{F}^2_O$ che associa al vettore v il vettore ottenuto ruotando v di 100° in senso antiorario intorno ad O ($\mathcal{F}^2_O$ indica lo spazio dei vettori geometrici del piano applicati in O).

3) Sia $T : V \to W$ una trasformazione lineare e siano $v, w \in V$.

F V a) Se $\{u, w\}$ genera V allora $\{T(u), T(w)\}$ genera W.
F V b) Se $v = -w$ allora $T(v) = -T(w)$.
F V c) $T(L(v, w))$ è un sottospazio di W.
F V d) Se $v \neq 0_V$ e $T(v) = 0_W$ allora T non è iniettiva.

4) Sia $S = (A, b)$ un qualunque sistema lineare impossibile. Allora

F V a) la matrice completa associata a S è quadrata e ha rango massimo.
F V b) b non è combinazione lineare delle colonne di A.
F V c) le colonne di A sono linearmente indipendenti.
F V d) S non è omogeneo.

5) La seguente operazione **non** cambia lo spazio delle soluzioni di un sistema lineare

F V a) eliminare una riga della matrice completa del tipo $(0 \cdots 0\ 1)$.
F V b) moltiplicare una riga della matrice completa per zero.
F V c) scambiare due righe della matrice incompleta.
F V d) scambiare due colonne della matrice completa.

6) Il seguente **non** è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^3$

F V a) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid xy = 0\}$.
F V b) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \neq 0\}$.
F V c) $\{(0, 0, 0)\}$.
F V d) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \in \mathbf{Z}\}$.

7) Sia $\mathcal{B}$ una base di uno spazio vettoriale V.

F V a) Allora $\mathcal{B}$ è un insieme di generatori di V.

F V b) Se $v \in \mathcal{B}$ allora $\mathcal{B} \setminus \{v\}$ non è una base di V.

F V c) Se $\dim V = n$ allora $\mathcal{B}$ contiene n vettori.

F V d) Se $v_1, \ldots, v_k \in \mathcal{B}$ e $a_1 v_1 + \cdots + a_k v_k = 0_V$ allora $a_1 = \cdots = a_k = 0$.

8) L'anello

F V a) $(\mathbf{R}[t], +, \cdot)$ ha infiniti elementi invertibili.

F V b) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ ha caratteristica zero.

F V c) $(\mathcal{M}_n(\mathbf{K}), +, \cdot)$ è unitario.

F V d) $(\mathbf{Z}_4, +, \cdot)$ è un campo.

9) Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ una matrice con determinante zero.

F V a) Allora esiste $v \in \mathbf{K}^n$ che non appartiene allo spazio generato dalle righe.

F V b) Se $C = A \cdot B$, anche il determinante di C è zero.

F V c) Se B è ottenuta da A scambiando due righe, $\det B = \det A$.

F V d) Allora esiste $B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ tale che $A \cdot B = I_n$.

14/04/2012 N. di Matricola: **Num. Matr.** 01110

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) La seguente trasformazione è lineare

F **V** a) $T : \mathbf{R}[t] \to \mathbf{R}[t]$ definita da $T(p) = p'$.

F **V** b) $T : M_n(\mathbf{K}) \to \mathbf{K}$ definita da $T(A) = \det A$.

F **V** c) $T : \mathcal{F}^2_O \to \mathcal{F}^2_O$ che associa al vettore v il vettore ottenuto ruotando v di 30° in senso antiorario intorno ad O ($\mathcal{F}^2_O$ indica lo spazio dei vettori geometrici del piano applicati in O).

F **V** d) $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ definita da $T(x, y) = (x, x, y)$.

2) Sia $\mathcal{B}$ una base di uno spazio vettoriale V finitamente generato.

F **V** a) Se $\mathcal{B}$ contiene n vettori allora $\dim V = n$.

F **V** b) Allora $\mathcal{B}$ è un insieme linearmente indipendente.

F **V** c) Ogni vettore di V è combinazione lineare dei vettori di $\mathcal{B}$.

F **V** d) Se $v \in V$ e $v \notin \mathcal{B}$ allora $\mathcal{B} \cup \{v\}$ non è una base di V.

3) Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ una matrice con determinante diverso da zero. Allora

F **V** a) esiste $v \in \mathbf{K}^n$ che non appartiene allo spazio generato dalle righe.

F **V** b) esiste $B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ tale che $A \cdot B = I_n$.

F **V** c) Se B è ottenuta da A scambiando due righe, $\det B = \det A$.

F **V** d) Se $C = A \cdot B$, anche il determinante di C è diverso da zero.

4) L'anello

F **V** a) $(\mathbf{Z}_3[t], +, \cdot)$ ha infiniti elementi invertibili.

F **V** b) $(\mathbf{R}, +, \cdot)$ è un campo.

F **V** c) $(\mathcal{M}_n(\mathbf{K}), +, \cdot)$ è commutativo.

F **V** d) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ possiede divisori dello zero.

5) Sia $A \in \mathcal{M}_{3\times 4}(\mathbf{R})$ una matrice di rango 3.

F **V** a) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F **V** b) le righe di A sono linearmente indipendenti.

F **V** c) esiste un minore di ordine 2 con determinante diverso da zero.

F **V** d) riducendo A a gradini per righe si ottiene una matrice con una riga nulla.

6) Il seguente è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^3$

F **V** a) $\{(0, 0, 0)\}$.

F **V** b) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid xy = 0\}$.

F **V** c) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \in \mathbf{Z}\}$.

F **V** d) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \neq 0\}$.

7) La seguente operazione **non** cambia lo spazio delle soluzioni di un sistema lineare

F V a) scambiare le righe della matrice completa.

F V b) eliminare una riga della matrice completa del tipo $(0 \cdots 0)$.

F V c) scambiare le colonne della matrice incompleta.

F V d) moltiplicare una riga della matrice completa per uno scalare diverso da zero.

8) Un sistema lineare $S = (A, b)$ è impossibile se

F V a) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F V b) la matrice completa associata a S è quadrata e ha rango massimo.

F V c) non è omogeneo.

F V d) b non è combinazione lineare delle colonne di A.

9) Sia $T : V \to W$ una trasformazione lineare e siano $v, w \in V$.

F V a) Se U è un sottospazio di W allora $T^{-1}(U)$ è un sottospazio di V.

F V b) Se $\{T(u), T(w)\}$ genera W allora T è suriettiva.

F V c) Se $T(v) = T(w)$ allora $v - w \in \ker V$.

F V d) Se $T(v) = -T(w)$ allora $v = -w$.

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) Sia $S = (A, b)$ un qualunque sistema lineare impossibile. Allora

F V a) la matrice completa associata a S è quadrata e ha rango massimo.

F V b) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F V c) S non è omogeneo.

F V d) b non è combinazione lineare delle colonne di A.

2) Il seguente **non** è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^3$

F V a) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid xy = 0\}$.

F V b) $\{(0, 0, 0)\}$.

F V c) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \in \mathbf{Z}\}$.

F V d) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \neq 0\}$.

3) Sia $\mathcal{B}$ una base di uno spazio vettoriale V.

F V a) Se $v \in \mathcal{B}$ allora $\mathcal{B} \setminus \{v\}$ non è una base di V.

F V b) Se $\dim V = n$ allora $\mathcal{B}$ contiene n vettori.

F V c) Allora $\mathcal{B}$ è un insieme di generatori di V.

F V d) Se $v_1, \ldots, v_k \in \mathcal{B}$ e $a_1v_1 + \cdots + a_kv_k = 0_V$ allora $a_1 = \cdots = a_k = 0$.

4) La seguente operazione **non** cambia lo spazio delle soluzioni di un sistema lineare

F V a) eliminare una riga della matrice completa del tipo $(0 \cdots 0\ 1)$.

F V b) scambiare due righe della matrice incompleta.

F V c) scambiare due colonne della matrice completa.

F V d) moltiplicare una riga della matrice completa per zero.

5) La seguente trasformazione è lineare

F V a) $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ definita da $T(x, y) = (x, x^2, y)$.

F V b) $T : \mathbf{R}[t] \to \mathbf{R}[t]$ definita da $T(p) = t \cdot p$.

F V c) $T : \mathcal{M}_n(\mathbf{K}) \to \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ definita da $T(A) = {}^tA$.

F V d) $T : \mathcal{F}^2_O \to \mathcal{F}^2_O$ che associa al vettore v il vettore ottenuto ruotando v di 100° in senso antiorario intorno ad O ($\mathcal{F}^2_O$ indica lo spazio dei vettori geometrici del piano applicati in O).

6) Sia $T : V \to W$ una trasformazione lineare e siano $v, w \in V$.

F V a) Se $v = -w$ allora $T(v) = -T(w)$.

F V b) $T(L(v, w))$ è un sottospazio di W.

F V c) Se $\{u, w\}$ genera V allora $\{T(u), T(w)\}$ genera W.

F V d) Se $v \neq 0_V$ e $T(v) = 0_W$ allora T non è iniettiva.

7) L'anello

F **V** a) $(\mathbf{Z},+,\cdot)$ ha caratteristica zero.

F **V** b) $(\mathcal{M}_n(\mathbf{K}),+,\cdot)$ è unitario.

F **V** c) $(\mathbf{R}[t],+,\cdot)$ ha infiniti elementi invertibili.

F **V** d) $(\mathbf{Z}_4,+,\cdot)$ è un campo.

8) Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ una matrice con determinante zero.

F **V** a) Se $C = A \cdot B$, anche il determinante di C è zero.

F **V** b) Se B è ottenuta da A scambiando due righe, $\det B = \det A$.

F **V** c) Allora esiste $v \in \mathbf{K}^n$ che non appartiene allo spazio generato dalle righe.

F **V** d) Allora esiste $B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ tale che $A \cdot B = I_n$.

9) Sia $A \in \mathcal{M}_{4\times 3}(\mathbf{R})$ una matrice di rango 3.

F **V** a) riducendo A a gradini per righe si ottiene una matrice con una riga nulla.

F **V** b) esiste un minore di ordine 2 con determinante diverso da zero.

F **V** c) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F **V** d) le righe di A sono linearmente indipendenti.

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ una matrice con determinante diverso da zero. Allora

F V a) Se B è ottenuta da A scambiando due righe, $\det B = \det A$.

F V b) esiste $v \in \mathbf{K}^n$ che non appartiene allo spazio generato dalle righe.

F V c) esiste $B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ tale che $A \cdot B = I_n$.

F V d) Se $C = A \cdot B$, anche il determinante di C è diverso da zero.

2) Il seguente è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^3$

F V a) $\{(0,0,0)\}$.

F V b) $\{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \mid xy = 0\}$.

F V c) $\{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \neq 0\}$.

F V d) $\{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \in \mathbf{Z}\}$.

3) Sia $\mathcal{B}$ una base di uno spazio vettoriale V finitamente generato.

F V a) Allora $\mathcal{B}$ è un insieme linearmente indipendente.

F V b) Se $v \in V$ e $v \notin \mathcal{B}$ allora $\mathcal{B} \cup \{v\}$ non è una base di V.

F V c) Ogni vettore di V è combinazione lineare dei vettori di $\mathcal{B}$.

F V d) Se $\mathcal{B}$ contiene n vettori allora $\dim V = n$.

4) Sia $A \in \mathcal{M}_{3\times 4}(\mathbf{R})$ una matrice di rango 3.

F V a) esiste un minore di ordine 2 con determinante diverso da zero.

F V b) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F V c) le righe di A sono linearmente indipendenti.

F V d) riducendo A a gradini per righe si ottiene una matrice con una riga nulla.

5) L'anello

F V a) $(\mathcal{M}_n(\mathbf{K}), +, \cdot)$ è commutativo.

F V b) $(\mathbf{Z}_3[t], +, \cdot)$ ha infiniti elementi invertibili.

F V c) $(\mathbf{R}, +, \cdot)$ è un campo.

F V d) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ possiede divisori dello zero.

6) La seguente trasformazione è lineare

F V a) $T : M_n(\mathbf{K}) \to \mathbf{K}$ definita da $T(A) = \det A$.

F V b) $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ definita da $T(x,y) = (x,x,y)$.

F V c) $T : \mathcal{F}^2_O \to \mathcal{F}^2_O$ che associa al vettore v il vettore ottenuto ruotando v di 30° in senso antiorario intorno ad O ($\mathcal{F}^2_O$ indica lo spazio dei vettori geometrici del piano applicati in O).

F V d) $T : \mathbf{R}[t] \to \mathbf{R}[t]$ definita da $T(p) = p'$.

7) La seguente operazione **non** cambia lo spazio delle soluzioni di un sistema lineare

F V a) scambiare le righe della matrice completa.

F V b) eliminare una riga della matrice completa del tipo $(0 \cdots 0)$.

F V c) moltiplicare una riga della matrice completa per uno scalare diverso da zero.

F V d) scambiare le colonne della matrice incompleta.

8) Un sistema lineare $S = (A, b)$ è impossibile se

F V a) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F V b) la matrice completa associata a S è quadrata e ha rango massimo.

F V c) b non è combinazione lineare delle colonne di A.

F V d) non è omogeneo.

9) Sia $T : V \to W$ una trasformazione lineare e siano $v, w \in V$.

F V a) Se $\{T(u), T(w)\}$ genera W allora T è suriettiva.

F V b) Se $T(v) = -T(w)$ allora $v = -w$.

F V c) Se $T(v) = T(w)$ allora $v - w \in \ker V$.

F V d) Se U è un sottospazio di W allora $T^{-1}(U)$ è un sottospazio di V.

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) Sia $A \in \mathcal{M}_{4\times 3}(\mathbf{R})$ una matrice di rango 3.

F **V** a) le righe di A sono linearmente indipendenti.

F **V** b) riducendo A a gradini per righe si ottiene una matrice con una riga nulla.

F **V** c) esiste un minore di ordine 2 con determinante diverso da zero.

F **V** d) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

2) Sia $S = (A, b)$ un qualunque sistema lineare impossibile. Allora

F **V** a) b non è combinazione lineare delle colonne di A.

F **V** b) la matrice completa associata a S è quadrata e ha rango massimo.

F **V** c) S non è omogeneo.

F **V** d) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

3) La seguente operazione **non** cambia lo spazio delle soluzioni di un sistema lineare

F **V** a) moltiplicare una riga della matrice completa per zero.

F **V** b) eliminare una riga della matrice completa del tipo $(0 \cdots 0\ 1)$.

F **V** c) scambiare due colonne della matrice completa.

F **V** d) scambiare due righe della matrice incompleta.

4) Il seguente **non** è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^3$

F **V** a) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \neq 0\}$.

F **V** b) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid xy = 0\}$.

F **V** c) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \in \mathbf{Z}\}$.

F **V** d) $\{(0, 0, 0)\}$.

5) Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ una matrice con determinante zero.

F **V** a) Allora esiste $B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ tale che $A \cdot B = I_n$.

F **V** b) Se $C = A \cdot B$, anche il determinante di C è zero.

F **V** c) Se B è ottenuta da A scambiando due righe, $\det B = \det A$.

F **V** d) Allora esiste $v \in \mathbf{K}^n$ che non appartiene allo spazio generato dalle righe.

6) La seguente trasformazione è lineare

F **V** a) $T : \mathbf{R}[t] \to \mathbf{R}[t]$ definita da $T(p) = t \cdot p$.

F **V** b) $T : \mathcal{M}_n(\mathbf{K}) \to \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ definita da $T(A) = {}^tA$.

F **V** c) $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ definita da $T(x, y) = (x, x^2, y)$.

F **V** d) $T : \mathcal{F}^2_O \to \mathcal{F}^2_O$ che associa al vettore v il vettore ottenuto ruotando v di 100° in senso antiorario intorno ad O ($\mathcal{F}^2_O$ indica lo spazio dei vettori geometrici del piano applicati in O).

7) Sia $T : V \to W$ una trasformazione lineare e siano $v, w \in V$.

F **V** a) $T(L(v, w))$ è un sottospazio di W.

F **V** b) Se $\{u, w\}$ genera V allora $\{T(u), T(w)\}$ genera W.

F **V** c) Se $v = -w$ allora $T(v) = -T(w)$.

F **V** d) Se $v \neq 0_V$ e $T(v) = 0_W$ allora T non è iniettiva.

8) Sia $\mathcal{B}$ una base di uno spazio vettoriale V.

F **V** a) Se $\dim V = n$ allora $\mathcal{B}$ contiene n vettori.

F **V** b) Allora $\mathcal{B}$ è un insieme di generatori di V.

F **V** c) Se $v \in \mathcal{B}$ allora $\mathcal{B} \setminus \{v\}$ non è una base di V.

F **V** d) Se $v_1, \ldots, v_k \in \mathcal{B}$ e $a_1v_1 + \cdots + a_kv_k = 0_V$ allora $a_1 = \cdots = a_k = 0$.

9) L'anello

F **V** a) $(\mathbf{Z}_4, +, \cdot)$ è un campo.

F **V** b) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ ha caratteristica zero.

F **V** c) $(\mathcal{M}_n(\mathbf{K}), +, \cdot)$ è unitario.

F **V** d) $(\mathbf{R}[t], +, \cdot)$ ha infiniti elementi invertibili.

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) La seguente trasformazione è lineare

F **V** a) $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ definita da $T(x, y) = (x, x, y)$.

F **V** b) $T : M_n(\mathbf{K}) \to \mathbf{K}$ definita da $T(A) = \det A$.

F **V** c) $T : \mathcal{F}^2_O \to \mathcal{F}^2_O$ che associa al vettore v il vettore ottenuto ruotando v di 30° in senso antiorario intorno ad O ($\mathcal{F}^2_O$ indica lo spazio dei vettori geometrici del piano applicati in O).

F **V** d) $T : \mathbf{R}[t] \to \mathbf{R}[t]$ definita da $T(p) = p'$.

2) Sia $\mathcal{B}$ una base di uno spazio vettoriale V finitamente generato.

F **V** a) Se $v \in V$ e $v \notin \mathcal{B}$ allora $\mathcal{B} \cup \{v\}$ non è una base di V.

F **V** b) Allora $\mathcal{B}$ è un insieme linearmente indipendente.

F **V** c) Ogni vettore di V è combinazione lineare dei vettori di $\mathcal{B}$.

F **V** d) Se $\mathcal{B}$ contiene n vettori allora $\dim V = n$.

3) Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ una matrice con determinante diverso da zero. Allora

F **V** a) Se B è ottenuta da A scambiando due righe, $\det B = \det A$.

F **V** b) Se $C = A \cdot B$, anche il determinante di C è diverso da zero.

F **V** c) esiste $v \in \mathbf{K}^n$ che non appartiene allo spazio generato dalle righe.

F **V** d) esiste $B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ tale che $A \cdot B = I_n$.

4) L'anello

F **V** a) $(\mathcal{M}_n(\mathbf{K}), +, \cdot)$ è commutativo.

F **V** b) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ possiede divisori dello zero.

F **V** c) $(\mathbf{Z}_3[t], +, \cdot)$ ha infiniti elementi invertibili.

F **V** d) $(\mathbf{R}, +, \cdot)$ è un campo.

5) Un sistema lineare $S = (A, b)$ è impossibile se

F **V** a) b non è combinazione lineare delle colonne di A.

F **V** b) non è omogeneo.

F **V** c) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F **V** d) la matrice completa associata a S è quadrata e ha rango massimo.

6) Sia $A \in \mathcal{M}_{3\times4}(\mathbf{R})$ una matrice di rango 3.

F **V** a) esiste un minore di ordine 2 con determinante diverso da zero.

F **V** b) riducendo A a gradini per righe si ottiene una matrice con una riga nulla.

F **V** c) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F **V** d) le righe di A sono linearmente indipendenti.

7) Sia $T : V \to W$ una trasformazione lineare e siano $v, w \in V$.

F **V** a) Se $T(v) = -T(w)$ allora $v = -w$.

F **V** b) Se $\{T(u), T(w)\}$ genera W allora T è suriettiva.

F **V** c) Se $T(v) = T(w)$ allora $v - w \in \ker V$.

F **V** d) Se U è un sottospazio di W allora $T^{-1}(U)$ è un sottospazio di V.

8) La seguente operazione **non** cambia lo spazio delle soluzioni di un sistema lineare

F **V** a) moltiplicare una riga della matrice completa per uno scalare diverso da zero.

F **V** b) scambiare le colonne della matrice incompleta.

F **V** c) scambiare le righe della matrice completa.

F **V** d) eliminare una riga della matrice completa del tipo $(0 \cdots 0)$.

9) Il seguente è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^3$

F **V** a) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \neq 0\}$.

F **V** b) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \in \mathbf{Z}\}$.

F **V** c) $\{(0, 0, 0)\}$.

F **V** d) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid xy = 0\}$.

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) Sia $S = (A, b)$ un qualunque sistema lineare impossibile. Allora

F **V** a) S non è omogeneo.
F **V** b) b non è combinazione lineare delle colonne di A.
F **V** c) la matrice completa associata a S è quadrata e ha rango massimo.
F **V** d) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

2) Sia $\mathcal{B}$ una base di uno spazio vettoriale V.

F **V** a) Se $\dim V = n$ allora $\mathcal{B}$ contiene n vettori.
F **V** b) Se $v \in \mathcal{B}$ allora $\mathcal{B} \setminus \{v\}$ non è una base di V.
F **V** c) Se $v_1, \dots, v_k \in \mathcal{B}$ e $a_1v_1 + \cdots + a_kv_k = 0_V$ allora $a_1 = \cdots = a_k = 0$.
F **V** d) Allora $\mathcal{B}$ è un insieme di generatori di V.

3) La seguente operazione **non** cambia lo spazio delle soluzioni di un sistema lineare

F **V** a) scambiare due colonne della matrice completa.
F **V** b) moltiplicare una riga della matrice completa per zero.
F **V** c) eliminare una riga della matrice completa del tipo $(0 \cdots 0\ 1)$.
F **V** d) scambiare due righe della matrice incompleta.

4) La seguente trasformazione è lineare

F **V** a) $T : \mathbf{R}[t] \to \mathbf{R}[t]$ definita da $T(p) = t \cdot p$.
F **V** b) $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ definita da $T(x, y) = (x, x^2, y)$.
F **V** c) $T : \mathcal{F}^2_O \to \mathcal{F}^2_O$ che associa al vettore v il vettore ottenuto ruotando v di $100°$ in senso antiorario intorno ad O ($\mathcal{F}^2_O$ indica lo spazio dei vettori geometrici del piano applicati in O).
F **V** d) $T : \mathcal{M}_n(\mathbf{K}) \to \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ definita da $T(A) = {}^tA$.

5) Sia $T : V \to W$ una trasformazione lineare e siano $v, w \in V$.

F **V** a) $T(L(v, w))$ è un sottospazio di W.
F **V** b) Se $v = -w$ allora $T(v) = -T(w)$.
F **V** c) Se $v \neq 0_V$ e $T(v) = 0_W$ allora T non è iniettiva.
F **V** d) Se $\{u, w\}$ genera V allora $\{T(u), T(w)\}$ genera W.

6) Il seguente **non** è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^3$

F **V** a) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \in \mathbf{Z}\}$.
F **V** b) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \neq 0\}$.
F **V** c) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid xy = 0\}$.
F **V** d) $\{(0, 0, 0)\}$.

7) L'anello

F **V** a) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ ha caratteristica zero.

F **V** b) $(\mathbf{Z}_4, +, \cdot)$ è un campo.

F **V** c) $(\mathbf{R}[t], +, \cdot)$ ha infiniti elementi invertibili.

F **V** d) $(\mathcal{M}_n(\mathbf{K}), +, \cdot)$ è unitario.

8) Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ una matrice con determinante zero.

F **V** a) Se $C = A \cdot B$, anche il determinante di C è zero.

F **V** b) Allora esiste $B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ tale che $A \cdot B = I_n$.

F **V** c) Allora esiste $v \in \mathbf{K}^n$ che non appartiene allo spazio generato dalle righe.

F **V** d) Se B è ottenuta da A scambiando due righe, $\det B = \det A$.

9) Sia $A \in \mathcal{M}_{4\times 3}(\mathbf{R})$ una matrice di rango 3.

F **V** a) riducendo A a gradini per righe si ottiene una matrice con una riga nulla.

F **V** b) le righe di A sono linearmente indipendenti.

F **V** c) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F **V** d) esiste un minore di ordine 2 con determinante diverso da zero.

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) L'anello

F V a) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ possiede divisori dello zero.

F V b) $(\mathbf{Z}_3[t], +, \cdot)$ ha infiniti elementi invertibili.

F V c) $(\mathbf{R}, +, \cdot)$ è un campo.

F V d) $(\mathcal{M}_n(\mathbf{K}), +, \cdot)$ è commutativo.

2) Il seguente è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^3$

F V a) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \neq 0\}$.

F V b) $\{(0, 0, 0)\}$.

F V c) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \in \mathbf{Z}\}$.

F V d) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid xy = 0\}$.

3) Sia $A \in \mathcal{M}_{3\times 4}(\mathbf{R})$ una matrice di rango 3.

F V a) riducendo A a gradini per righe si ottiene una matrice con una riga nulla.

F V b) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F V c) le righe di A sono linearmente indipendenti.

F V d) esiste un minore di ordine 2 con determinante diverso da zero.

4) Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ una matrice con determinante diverso da zero. Allora

F V a) Se $C = A \cdot B$, anche il determinante di C è diverso da zero.

F V b) esiste $v \in \mathbf{K}^n$ che non appartiene allo spazio generato dalle righe.

F V c) esiste $B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ tale che $A \cdot B = I_n$.

F V d) Se B è ottenuta da A scambiando due righe, $\det B = \det A$.

5) La seguente operazione **non** cambia lo spazio delle soluzioni di un sistema lineare

F V a) moltiplicare una riga della matrice completa per uno scalare diverso da zero.

F V b) scambiare le righe della matrice completa.

F V c) scambiare le colonne della matrice incompleta.

F V d) eliminare una riga della matrice completa del tipo $(0 \cdots 0)$.

6) Un sistema lineare $S = (A, b)$ è impossibile se

F V a) b non è combinazione lineare delle colonne di A.

F V b) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F V c) non è omogeneo.

F V d) la matrice completa associata a S è quadrata e ha rango massimo.

7) Sia $\mathcal{B}$ una base di uno spazio vettoriale V finitamente generato.

F **V** a) Ogni vettore di V è combinazione lineare dei vettori di $\mathcal{B}$.

F **V** b) Se $\mathcal{B}$ contiene n vettori allora $\dim V = n$.

F **V** c) Allora $\mathcal{B}$ è un insieme linearmente indipendente.

F **V** d) Se $v \in V$ e $v \notin \mathcal{B}$ allora $\mathcal{B} \cup \{v\}$ non è una base di V.

8) Sia $T : V \to W$ una trasformazione lineare e siano $v, w \in V$.

F **V** a) Se $T(v) = T(w)$ allora $v - w \in \ker V$.

F **V** b) Se U è un sottospazio di W allora $T^{-1}(U)$ è un sottospazio di V.

F **V** c) Se $\{T(u), T(w)\}$ genera W allora T è suriettiva.

F **V** d) Se $T(v) = -T(w)$ allora $v = -w$.

9) La seguente trasformazione è lineare

F **V** a) $T : \mathcal{F}_O^2 \to \mathcal{F}_O^2$ che associa al vettore v il vettore ottenuto ruotando v di $30°$ in senso antiorario intorno ad O ($\mathcal{F}_O^2$ indica lo spazio dei vettori geometrici del piano applicati in O).

F **V** b) $T : \mathbf{R}[t] \to \mathbf{R}[t]$ definita da $T(p) = p'$.

F **V** c) $T : M_n(\mathbf{K}) \to \mathbf{K}$ definita da $T(A) = \det A$.

F **V** d) $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ definita da $T(x, y) = (x, x, y)$.

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) La seguente trasformazione è lineare

F V a) $T : \mathcal{M}_n(\mathbf{K}) \to \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ definita da $T(A) = {}^tA$.

F V b) $T : \mathbf{R}[t] \to \mathbf{R}[t]$ definita da $T(p) = t \cdot p$.

F V c) $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ definita da $T(x, y) = (x, x^2, y)$.

F V d) $T : \mathcal{F}^2_O \to \mathcal{F}^2_O$ che associa al vettore v il vettore ottenuto ruotando v di $100°$ in senso antiorario intorno ad O ($\mathcal{F}^2_O$ indica lo spazio dei vettori geometrici del piano applicati in O).

2) Sia $T : V \to W$ una trasformazione lineare e siano $v, w \in V$.

F V a) Se $\{u, w\}$ genera V allora $\{T(u), T(w)\}$ genera W.

F V b) $T(L(v, w))$ è un sottospazio di W.

F V c) Se $v = -w$ allora $T(v) = -T(w)$.

F V d) Se $v \neq 0_V$ e $T(v) = 0_W$ allora T non è iniettiva.

3) Sia $A \in \mathcal{M}_{4\times3}(\mathbf{R})$ una matrice di rango 3.

F V a) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F V b) riducendo A a gradini per righe si ottiene una matrice con una riga nulla.

F V c) esiste un minore di ordine 2 con determinante diverso da zero.

F V d) le righe di A sono linearmente indipendenti.

4) Il seguente **non** è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^3$

F V a) $\{(0, 0, 0)\}$.

F V b) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \neq 0\}$.

F V c) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \in \mathbf{Z}\}$.

F V d) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid xy = 0\}$.

5) Sia $\mathcal{B}$ una base di uno spazio vettoriale V.

F V a) Allora $\mathcal{B}$ è un insieme di generatori di V.

F V b) Se $\dim V = n$ allora $\mathcal{B}$ contiene n vettori.

F V c) Se $v \in \mathcal{B}$ allora $\mathcal{B} \setminus \{v\}$ non è una base di V.

F V d) Se $v_1, \ldots, v_k \in \mathcal{B}$ e $a_1v_1 + \cdots + a_kv_k = 0_V$ allora $a_1 = \cdots = a_k = 0$.

6) L'anello

F V a) $(\mathbf{R}[t], +, \cdot)$ ha infiniti elementi invertibili.

F V b) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ ha caratteristica zero.

F V c) $(\mathcal{M}_n(\mathbf{K}), +, \cdot)$ è unitario.

F V d) $(\mathbf{Z}_4, +, \cdot)$ è un campo.

7) Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ una matrice con determinante zero.

F **V** a) Allora esiste $v \in \mathbf{K}^n$ che non appartiene allo spazio generato dalle righe.

F **V** b) Se $C = A \cdot B$, anche il determinante di C è zero.

F **V** c) Se B è ottenuta da A scambiando due righe, $\det B = \det A$.

F **V** d) Allora esiste $B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ tale che $A \cdot B = I_n$.

8) Sia $S = (A, b)$ un qualunque sistema lineare impossibile. Allora

F **V** a) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F **V** b) b non è combinazione lineare delle colonne di A.

F **V** c) S non è omogeneo.

F **V** d) la matrice completa associata a S è quadrata e ha rango massimo.

9) La seguente operazione **non** cambia lo spazio delle soluzioni di un sistema lineare

F **V** a) scambiare due righe della matrice incompleta.

F **V** b) moltiplicare una riga della matrice completa per zero.

F **V** c) scambiare due colonne della matrice completa.

F **V** d) eliminare una riga della matrice completa del tipo $(0 \cdots 0\ 1)$.

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) Un sistema lineare $S = (A, b)$ è impossibile se

F **V** a) non è omogeneo.
F **V** b) la matrice completa associata a S è quadrata e ha rango massimo.
F **V** c) b non è combinazione lineare delle colonne di A.
F **V** d) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

2) L'anello

F **V** a) $(\mathbf{R}, +, \cdot)$ è un campo.
F **V** b) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ possiede divisori dello zero.
F **V** c) $(\mathbf{Z}_3[t], +, \cdot)$ ha infiniti elementi invertibili.
F **V** d) $(\mathcal{M}_n(\mathbf{K}), +, \cdot)$ è commutativo.

3) Il seguente è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^3$

F **V** a) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \in \mathbf{Z}\}$.
F **V** b) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid xy = 0\}$.
F **V** c) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \neq 0\}$.
F **V** d) $\{(0, 0, 0)\}$.

4) Sia $T : V \to W$ una trasformazione lineare e siano $v, w \in V$.

F **V** a) Se $\{T(u), T(w)\}$ genera W allora T è suriettiva.
F **V** b) Se $T(v) = -T(w)$ allora $v = -w$.
F **V** c) Se U è un sottospazio di W allora $T^{-1}(U)$ è un sottospazio di V.
F **V** d) Se $T(v) = T(w)$ allora $v - w \in \ker V$.

5) Sia $A \in \mathcal{M}_{3\times 4}(\mathbf{R})$ una matrice di rango 3.

F **V** a) le righe di A sono linearmente indipendenti.
F **V** b) riducendo A a gradini per righe si ottiene una matrice con una riga nulla.
F **V** c) le colonne di A sono linearmente indipendenti.
F **V** d) esiste un minore di ordine 2 con determinante diverso da zero.

6) Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ una matrice con determinante diverso da zero. Allora

F **V** a) esiste $B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ tale che $A \cdot B = I_n$.
F **V** b) Se $C = A \cdot B$, anche il determinante di C è diverso da zero.
F **V** c) esiste $v \in \mathbf{K}^n$ che non appartiene allo spazio generato dalle righe.
F **V** d) Se B è ottenuta da A scambiando due righe, $\det B = \det A$.

7) Sia $\mathcal{B}$ una base di uno spazio vettoriale V finitamente generato.

F V a) Allora $\mathcal{B}$ è un insieme linearmente indipendente.

F V b) Se $v \in V$ e $v \notin \mathcal{B}$ allora $\mathcal{B} \cup \{v\}$ non è una base di V.

F V c) Se $\mathcal{B}$ contiene n vettori allora $\dim V = n$.

F V d) Ogni vettore di V è combinazione lineare dei vettori di $\mathcal{B}$.

8) La seguente operazione **non** cambia lo spazio delle soluzioni di un sistema lineare

F V a) scambiare le colonne della matrice incompleta.

F V b) eliminare una riga della matrice completa del tipo $(0 \cdots 0)$.

F V c) moltiplicare una riga della matrice completa per uno scalare diverso da zero.

F V d) scambiare le righe della matrice completa.

9) La seguente trasformazione è lineare

F V a) $T : M_n(\mathbf{K}) \to \mathbf{K}$ definita da $T(A) = \det A$.

F V b) $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ definita da $T(x, y) = (x, x, y)$.

F V c) $T : \mathbf{R}[t] \to \mathbf{R}[t]$ definita da $T(p) = p'$.

F V d) $T : \mathcal{F}^2_O \to \mathcal{F}^2_O$ che associa al vettore v il vettore ottenuto ruotando v di $30°$ in senso antiorario intorno ad O ($\mathcal{F}^2_O$ indica lo spazio dei vettori geometrici del piano applicati in O).

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) Sia $S = (A, b)$ un qualunque sistema lineare impossibile. Allora

F **V** a) S non è omogeneo.

F **V** b) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F **V** c) b non è combinazione lineare delle colonne di A.

F **V** d) la matrice completa associata a S è quadrata e ha rango massimo.

2) La seguente operazione **non** cambia lo spazio delle soluzioni di un sistema lineare

F **V** a) scambiare due colonne della matrice completa.

F **V** b) scambiare due righe della matrice incompleta.

F **V** c) moltiplicare una riga della matrice completa per zero.

F **V** d) eliminare una riga della matrice completa del tipo $(0 \cdots 0\ 1)$.

3) La seguente trasformazione è lineare

F **V** a) $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ definita da $T(x, y) = (x, x^2, y)$.

F **V** b) $T : \mathbf{R}[t] \to \mathbf{R}[t]$ definita da $T(p) = t \cdot p$.

F **V** c) $T : \mathcal{F}^2_O \to \mathcal{F}^2_O$ che associa al vettore v il vettore ottenuto ruotando v di $100°$ in senso antiorario intorno ad O ($\mathcal{F}^2_O$ indica lo spazio dei vettori geometrici del piano applicati in O).

F **V** d) $T : \mathcal{M}_n(\mathbf{K}) \to \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ definita da $T(A) =^t A$.

4) Sia $T : V \to W$ una trasformazione lineare e siano $v, w \in V$.

F **V** a) Se $v = -w$ allora $T(v) = -T(w)$.

F **V** b) $T(L(v, w))$ è un sottospazio di W.

F **V** c) Se $v \neq 0_V$ e $T(v) = 0_W$ allora T non è iniettiva.

F **V** d) Se $\{u, w\}$ genera V allora $\{T(u), T(w)\}$ genera W.

5) Il seguente **non** è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^3$

F **V** a) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \in \mathbf{Z}\}$.

F **V** b) $\{(0, 0, 0)\}$.

F **V** c) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \neq 0\}$.

F **V** d) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid xy = 0\}$.

6) Sia $\mathcal{B}$ una base di uno spazio vettoriale V.

F **V** a) Se $v \in \mathcal{B}$ allora $\mathcal{B} \setminus \{v\}$ non è una base di V.

F **V** b) Se $\dim V = n$ allora $\mathcal{B}$ contiene n vettori.

F **V** c) Se $v_1, \ldots, v_k \in \mathcal{B}$ e $a_1v_1 + \cdots + a_kv_k = 0_V$ allora $a_1 = \cdots = a_k = 0$.

F **V** d) Allora $\mathcal{B}$ è un insieme di generatori di V.

7) L'anello

F **V** a) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ ha caratteristica zero.

F **V** b) $(\mathcal{M}_n(\mathbf{K}), +, \cdot)$ è unitario.

F **V** c) $(\mathbf{Z}_4, +, \cdot)$ è un campo.

F **V** d) $(\mathbf{R}[t], +, \cdot)$ ha infiniti elementi invertibili.

8) Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ una matrice con determinante zero.

F **V** a) Se $C = A \cdot B$, anche il determinante di C è zero.

F **V** b) Se B è ottenuta da A scambiando due righe, $\det B = \det A$.

F **V** c) Allora esiste $B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ tale che $A \cdot B = I_n$.

F **V** d) Allora esiste $v \in \mathbf{K}^n$ che non appartiene allo spazio generato dalle righe.

9) Sia $A \in \mathcal{M}_{4\times 3}(\mathbf{R})$ una matrice di rango 3.

F **V** a) riducendo A a gradini per righe si ottiene una matrice con una riga nulla.

F **V** b) esiste un minore di ordine 2 con determinante diverso da zero.

F **V** c) le righe di A sono linearmente indipendenti.

F **V** d) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ una matrice con determinante diverso da zero. Allora

F **V** a) esiste $v \in \mathbf{K}^n$ che non appartiene allo spazio generato dalle righe.

F **V** b) Se $C = A \cdot B$, anche il determinante di C è diverso da zero.

F **V** c) Se B è ottenuta da A scambiando due righe, $\det B = \det A$.

F **V** d) esiste $B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ tale che $A \cdot B = I_n$.

2) L'anello

F **V** a) $(\mathbf{Z}_3[t], +, \cdot)$ ha infiniti elementi invertibili.

F **V** b) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ possiede divisori dello zero.

F **V** c) $(\mathcal{M}_n(\mathbf{K}), +, \cdot)$ è commutativo.

F **V** d) $(\mathbf{R}, +, \cdot)$ è un campo.

3) Sia $A \in \mathcal{M}_{3\times 4}(\mathbf{R})$ una matrice di rango 3.

F **V** a) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F **V** b) riducendo A a gradini per righe si ottiene una matrice con una riga nulla.

F **V** c) esiste un minore di ordine 2 con determinante diverso da zero.

F **V** d) le righe di A sono linearmente indipendenti.

4) Sia $\mathcal{B}$ una base di uno spazio vettoriale V finitamente generato.

F **V** a) Allora $\mathcal{B}$ è un insieme linearmente indipendente.

F **V** b) Se $v \in V$ e $v \notin \mathcal{B}$ allora $\mathcal{B} \cup \{v\}$ non è una base di V.

F **V** c) Se $\mathcal{B}$ contiene n vettori allora $\dim V = n$.

F **V** d) Ogni vettore di V è combinazione lineare dei vettori di $\mathcal{B}$.

5) La seguente operazione **non** cambia lo spazio delle soluzioni di un sistema lineare

F **V** a) moltiplicare una riga della matrice completa per uno scalare diverso da zero.

F **V** b) scambiare le colonne della matrice incompleta.

F **V** c) scambiare le righe della matrice completa.

F **V** d) eliminare una riga della matrice completa del tipo $(0 \cdots 0)$.

6) Un sistema lineare $S = (A, b)$ è impossibile se

F **V** a) b non è combinazione lineare delle colonne di A.

F **V** b) non è omogeneo.

F **V** c) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F **V** d) la matrice completa associata a S è quadrata e ha rango massimo.

7) La seguente trasformazione è lineare

F **V** a) $T : M_n(\mathbf{K}) \to \mathbf{K}$ definita da $T(A) = \det A$.

F **V** b) $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ definita da $T(x, y) = (x, x, y)$.

F **V** c) $T : \mathbf{R}[t] \to \mathbf{R}[t]$ definita da $T(p) = p'$.

F **V** d) $T : \mathcal{F}^2_O \to \mathcal{F}^2_O$ che associa al vettore v il vettore ottenuto ruotando v di 30° in senso antiorario intorno ad O ($\mathcal{F}^2_O$ indica lo spazio dei vettori geometrici del piano applicati in O).

8) Sia $T : V \to W$ una trasformazione lineare e siano $v, w \in V$.

F **V** a) Se $\{T(u), T(w)\}$ genera W allora T è suriettiva.

F **V** b) Se $T(v) = -T(w)$ allora $v = -w$.

F **V** c) Se U è un sottospazio di W allora $T^{-1}(U)$ è un sottospazio di V.

F **V** d) Se $T(v) = T(w)$ allora $v - w \in \ker V$.

9) Il seguente è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^3$

F **V** a) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \neq 0\}$.

F **V** b) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \in \mathbf{Z}\}$.

F **V** c) $\{(0, 0, 0)\}$.

F **V** d) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid xy = 0\}$.

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) La seguente operazione **non** cambia lo spazio delle soluzioni di un sistema lineare

F V a) scambiare due colonne della matrice completa.
F V b) scambiare due righe della matrice incompleta.
F V c) moltiplicare una riga della matrice completa per zero.
F V d) eliminare una riga della matrice completa del tipo $(0 \cdots 0\ 1)$.

2) Il seguente **non** è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^3$

F V a) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \in \mathbf{Z}\}$.
F V b) $\{(0, 0, 0)\}$.
F V c) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \neq 0\}$.
F V d) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid xy = 0\}$.

3) Sia $\mathcal{B}$ una base di uno spazio vettoriale V.

F V a) Allora $\mathcal{B}$ è un insieme di generatori di V.
F V b) Se $\dim V = n$ allora $\mathcal{B}$ contiene n vettori.
F V c) Se $v_1, \dots, v_k \in \mathcal{B}$ e $a_1v_1 + \cdots + a_kv_k = 0_V$ allora $a_1 = \cdots = a_k = 0$.
F V d) Se $v \in \mathcal{B}$ allora $\mathcal{B} \setminus \{v\}$ non è una base di V.

4) L'anello

F V a) $(\mathcal{M}_n(\mathbf{K}), +, \cdot)$ è unitario.
F V b) $(\mathbf{R}[t], +, \cdot)$ ha infiniti elementi invertibili.
F V c) $(\mathbf{Z}_4, +, \cdot)$ è un campo.
F V d) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ ha caratteristica zero.

5) La seguente trasformazione è lineare

F V a) $T : \mathcal{M}_n(\mathbf{K}) \to \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ definita da $T(A) =^t A$.
F V b) $T : \mathbf{R}[t] \to \mathbf{R}[t]$ definita da $T(p) = t \cdot p$.
F V c) $T : \mathcal{F}^2_O \to \mathcal{F}^2_O$ che associa al vettore v il vettore ottenuto ruotando v di 100° in senso antiorario intorno ad O ($\mathcal{F}^2_O$ indica lo spazio dei vettori geometrici del piano applicati in O).
F V d) $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ definita da $T(x, y) = (x, x^2, y)$.

6) Sia $T : V \to W$ una trasformazione lineare e siano $v, w \in V$.

F V a) Se $\{u, w\}$ genera V allora $\{T(u), T(w)\}$ genera W.
F V b) $T(L(v, w))$ è un sottospazio di W.
F V c) Se $v \neq 0_V$ e $T(v) = 0_W$ allora T non è iniettiva.
F V d) Se $v = -w$ allora $T(v) = -T(w)$.

7) Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ una matrice con determinante zero.

F V a) Se B è ottenuta da A scambiando due righe, $\det B = \det A$.

F V b) Allora esiste $v \in \mathbf{K}^n$ che non appartiene allo spazio generato dalle righe.

F V c) Allora esiste $B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ tale che $A \cdot B = I_n$.

F V d) Se $C = A \cdot B$, anche il determinante di C è zero.

8) Sia $A \in \mathcal{M}_{4\times 3}(\mathbf{R})$ una matrice di rango 3.

F V a) esiste un minore di ordine 2 con determinante diverso da zero.

F V b) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F V c) le righe di A sono linearmente indipendenti.

F V d) riducendo A a gradini per righe si ottiene una matrice con una riga nulla.

9) Sia $S = (A, b)$ un qualunque sistema lineare impossibile. Allora

F V a) S non è omogeneo.

F V b) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F V c) b non è combinazione lineare delle colonne di A.

F V d) la matrice completa associata a S è quadrata e ha rango massimo.

14/04/2012 N. di Matricola: **Num. Matr.** 11010

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ una matrice con determinante diverso da zero. Allora

F V a) esiste $v \in \mathbf{K}^n$ che non appartiene allo spazio generato dalle righe.
F V b) esiste $B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ tale che $A \cdot B = I_n$.
F V c) Se B è ottenuta da A scambiando due righe, $\det B = \det A$.
F V d) Se $C = A \cdot B$, anche il determinante di C è diverso da zero.

2) L'anello

F V a) $(\mathbf{Z}_3[t], +, \cdot)$ ha infiniti elementi invertibili.
F V b) $(\mathbf{R}, +, \cdot)$ è un campo.
F V c) $(\mathcal{M}_n(\mathbf{K}), +, \cdot)$ è commutativo.
F V d) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ possiede divisori dello zero.

3) Un sistema lineare $S = (A, b)$ è impossibile se

F V a) non è omogeneo.
F V b) b non è combinazione lineare delle colonne di A.
F V c) la matrice completa associata a S è quadrata e ha rango massimo.
F V d) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

4) Sia $A \in \mathcal{M}_{3\times 4}(\mathbf{R})$ una matrice di rango 3.

F V a) le colonne di A sono linearmente indipendenti.
F V b) le righe di A sono linearmente indipendenti.
F V c) esiste un minore di ordine 2 con determinante diverso da zero.
F V d) riducendo A a gradini per righe si ottiene una matrice con una riga nulla.

5) La seguente trasformazione è lineare

F V a) $T : \mathbf{R}[t] \to \mathbf{R}[t]$ definita da $T(p) = p'$.
F V b) $T : M_n(\mathbf{K}) \to \mathbf{K}$ definita da $T(A) = \det A$.
F V c) $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ definita da $T(x, y) = (x, x, y)$.
F V d) $T : \mathcal{F}^2_O \to \mathcal{F}^2_O$ che associa al vettore v il vettore ottenuto ruotando v di 30° in senso antiorario intorno ad O ($\mathcal{F}^2_O$ indica lo spazio dei vettori geometrici del piano applicati in O).

6) Sia $\mathcal{B}$ una base di uno spazio vettoriale V finitamente generato.

F V a) Se $\mathcal{B}$ contiene n vettori allora $\dim V = n$.
F V b) Allora $\mathcal{B}$ è un insieme linearmente indipendente.
F V c) Se $v \in V$ e $v \notin \mathcal{B}$ allora $\mathcal{B} \cup \{v\}$ non è una base di V.
F V d) Ogni vettore di V è combinazione lineare dei vettori di $\mathcal{B}$.

7) Il seguente è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^3$

F **V** a) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \in \mathbf{Z}\}$.

F **V** b) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \neq 0\}$.

F **V** c) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid xy = 0\}$.

F **V** d) $\{(0, 0, 0)\}$.

8) Sia $T : V \to W$ una trasformazione lineare e siano $v, w \in V$.

F **V** a) Se U è un sottospazio di W allora $T^{-1}(U)$ è un sottospazio di V.

F **V** b) Se $\{T(u), T(w)\}$ genera W allora T è suriettiva.

F **V** c) Se $T(v) = -T(w)$ allora $v = -w$.

F **V** d) Se $T(v) = T(w)$ allora $v - w \in \ker V$.

9) La seguente operazione **non** cambia lo spazio delle soluzioni di un sistema lineare

F **V** a) scambiare le colonne della matrice incompleta.

F **V** b) moltiplicare una riga della matrice completa per uno scalare diverso da zero.

F **V** c) eliminare una riga della matrice completa del tipo $(0 \cdots 0)$.

F **V** d) scambiare le righe della matrice completa.

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) Sia $\mathcal{B}$ una base di uno spazio vettoriale V.

F V a) Allora $\mathcal{B}$ è un insieme di generatori di V.

F V b) Se $v \in \mathcal{B}$ allora $\mathcal{B} \setminus \{v\}$ non è una base di V.

F V c) Se $v_1, \dots, v_k \in \mathcal{B}$ e $a_1v_1 + \cdots + a_kv_k = 0_V$ allora $a_1 = \cdots = a_k = 0$.

F V d) Se $\dim V = n$ allora $\mathcal{B}$ contiene n vettori.

2) Sia $S = (A, b)$ un qualunque sistema lineare impossibile. Allora

F V a) b non è combinazione lineare delle colonne di A.

F V b) S non è omogeneo.

F V c) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F V d) la matrice completa associata a S è quadrata e ha rango massimo.

3) La seguente operazione **non** cambia lo spazio delle soluzioni di un sistema lineare

F V a) moltiplicare una riga della matrice completa per zero.

F V b) scambiare due colonne della matrice completa.

F V c) scambiare due righe della matrice incompleta.

F V d) eliminare una riga della matrice completa del tipo $(0 \cdots 0\ 1)$.

4) Sia $T : V \to W$ una trasformazione lineare e siano $v, w \in V$.

F V a) Se $\{u, w\}$ genera V allora $\{T(u), T(w)\}$ genera W.

F V b) Se $v = -w$ allora $T(v) = -T(w)$.

F V c) Se $v \neq 0_V$ e $T(v) = 0_W$ allora T non è iniettiva.

F V d) $T(L(v, w))$ è un sottospazio di W.

5) L'anello

F V a) $(\mathbf{Z}_4, +, \cdot)$ è un campo.

F V b) $(\mathcal{M}_n(\mathbf{K}), +, \cdot)$ è unitario.

F V c) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ ha caratteristica zero.

F V d) $(\mathbf{R}[t], +, \cdot)$ ha infiniti elementi invertibili.

6) Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ una matrice con determinante zero.

F V a) Allora esiste $B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ tale che $A \cdot B = I_n$.

F V b) Se B è ottenuta da A scambiando due righe, $\det B = \det A$.

F V c) Se $C = A \cdot B$, anche il determinante di C è zero.

F V d) Allora esiste $v \in \mathbf{K}^n$ che non appartiene allo spazio generato dalle righe.

7) Sia $A \in \mathcal{M}_{4\times 3}(\mathbf{R})$ una matrice di rango 3.

F **V** a) le righe di A sono linearmente indipendenti.

F **V** b) esiste un minore di ordine 2 con determinante diverso da zero.

F **V** c) riducendo A a gradini per righe si ottiene una matrice con una riga nulla.

F **V** d) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

8) La seguente trasformazione è lineare

F **V** a) $T : \mathcal{M}_n(\mathbf{K}) \to \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ definita da $T(A) = {}^t A$.

F **V** b) $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ definita da $T(x, y) = (x, x^2, y)$.

F **V** c) $T : \mathcal{F}^2_O \to \mathcal{F}^2_O$ che associa al vettore v il vettore ottenuto ruotando v di 100° in senso antiorario intorno ad O ($\mathcal{F}^2_O$ indica lo spazio dei vettori geometrici del piano applicati in O).

F **V** d) $T : \mathbf{R}[t] \to \mathbf{R}[t]$ definita da $T(p) = t \cdot p$.

9) Il seguente **non** è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^3$

F **V** a) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \neq 0\}$.

F **V** b) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \in \mathbf{Z}\}$.

F **V** c) $\{(0, 0, 0)\}$.

F **V** d) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid xy = 0\}$.

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) Sia $\mathcal{B}$ una base di uno spazio vettoriale V finitamente generato.

F V a) Se $v \in V$ e $v \notin \mathcal{B}$ allora $\mathcal{B} \cup \{v\}$ non è una base di V.

F V b) Ogni vettore di V è combinazione lineare dei vettori di $\mathcal{B}$.

F V c) Se $\mathcal{B}$ contiene n vettori allora $\dim V = n$.

F V d) Allora $\mathcal{B}$ è un insieme linearmente indipendente.

2) Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ una matrice con determinante diverso da zero. Allora

F V a) Se B è ottenuta da A scambiando due righe, $\det B = \det A$.

F V b) esiste $v \in \mathbf{K}^n$ che non appartiene allo spazio generato dalle righe.

F V c) esiste $B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ tale che $A \cdot B = I_n$.

F V d) Se $C = A \cdot B$, anche il determinante di C è diverso da zero.

3) Sia $A \in \mathcal{M}_{3\times 4}(\mathbf{R})$ una matrice di rango 3.

F V a) esiste un minore di ordine 2 con determinante diverso da zero.

F V b) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F V c) le righe di A sono linearmente indipendenti.

F V d) riducendo A a gradini per righe si ottiene una matrice con una riga nulla.

4) La seguente trasformazione è lineare

F V a) $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ definita da $T(x, y) = (x, x, y)$.

F V b) $T : \mathcal{F}^2_O \to \mathcal{F}^2_O$ che associa al vettore v il vettore ottenuto ruotando v di 30° in senso antiorario intorno ad O ($\mathcal{F}^2_O$ indica lo spazio dei vettori geometrici del piano applicati in O).

F V c) $T : \mathbf{R}[t] \to \mathbf{R}[t]$ definita da $T(p) = p'$.

F V d) $T : M_n(\mathbf{K}) \to \mathbf{K}$ definita da $T(A) = \det A$.

5) La seguente operazione **non** cambia lo spazio delle soluzioni di un sistema lineare

F V a) scambiare le colonne della matrice incompleta.

F V b) scambiare le righe della matrice completa.

F V c) eliminare una riga della matrice completa del tipo $(0 \cdots 0)$.

F V d) moltiplicare una riga della matrice completa per uno scalare diverso da zero.

6) Un sistema lineare $S = (A, b)$ è impossibile se

F V a) non è omogeneo.

F V b) le colonne di A sono linearmente indipendenti.

F V c) la matrice completa associata a S è quadrata e ha rango massimo.

F V d) b non è combinazione lineare delle colonne di A.

7) Il seguente è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^3$

F V a) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \in \mathbf{Z}\}$.

F V b) $\{(0, 0, 0)\}$.

F V c) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid xy = 0\}$.

F V d) $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \neq 0\}$.

8) Sia $T : V \to W$ una trasformazione lineare e siano $v, w \in V$.

F V a) Se $T(v) = -T(w)$ allora $v = -w$.

F V b) Se $T(v) = T(w)$ allora $v - w \in \ker V$.

F V c) Se U è un sottospazio di W allora $T^{-1}(U)$ è un sottospazio di V.

F V d) Se $\{T(u), T(w)\}$ genera W allora T è suriettiva.

9) L'anello

F V a) $(\mathcal{M}_n(\mathbf{K}), +, \cdot)$ è commutativo.

F V b) $(\mathbf{Z}_3[t], +, \cdot)$ ha infiniti elementi invertibili.

F V c) $(\mathbf{R}, +, \cdot)$ è un campo.

F V d) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ possiede divisori dello zero.