

Sostituire ai parametri a e b rispettivamente la penultima e l'ultima cifra del proprio numero di matricola (es.: numero 63571; $a = 7$, $b = 1$). **Rispondere UNICAMENTE su questo foglio**, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango). **Non consegnare alcun altro foglio.**

1) Sia $F : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ l'applicazione che ha $\begin{pmatrix} a+1 & 1 & 0 \\ a-1 & b-9 & 12-b \\ a+1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ come matrice canonicamente associata.

a) Si trovino gli autovalori di F . (4 punti)

b) Si calcoli una base spettrale per F . (6 punti)

2) Sia data la matrice a coefficienti reali $A = \begin{pmatrix} a+1 & 0 & 1 \\ 0 & \gamma-b & 2 \\ 1 & 2 & \gamma \end{pmatrix}$.

a) Si dica per quali valori di $\gamma \in \mathbf{R}$ la matrice A è definita positiva. (4 punti)

b) Fissato $\gamma = b + 3$, sia $\langle, \rangle_A : \mathbf{R}^3 \times \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ il prodotto scalare definito da $\langle v, w \rangle_A = {}^t v A w$. Si calcoli la proiezione ortogonale del vettore $(1, 0, 1)$ sul sottospazio $W = L((10 - a, 1, 1))$ e una rappresentazione cartesiana per $W^\perp$. (4 punti)
