Sostituire ai parametri a e b rispettivamente la penultima e l'ultima cifra del proprio numero di matricola (es.: numero 163571; $a = 7$, $b = 1$). **Rispondere UNICAMENTE su questo foglio**, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango). **Non consegnare alcun altro foglio.**

1) Si consideri la matrice a coefficienti reali

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 10 - a & 3 & \lambda + b + 1 \\ 4 & -1 & 2 & 1 \\ -2 & 11 - a & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

a) Si calcoli il rango di A al variare di $\lambda \in \mathbf{R}$. (4 punti)

b) Fissato $\lambda = -b - 1$ si trovino le soluzioni del sistema lineare $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ b + 1 \\ -b \end{pmatrix}$. (3 punti)

c) Fissato $\lambda = -b - 1$ si calcoli una base per lo spazio delle colonne di A . (2 punti)

2) Nello spazio euclideo $\mathcal{A}(\mathbf{R}^3)$ con il prodotto scalare standard si considerino i punti $P = (1, -1, 0)$,

$$Q = (11 - a, 0, 1), R = (1, -b - 4, 2) \text{ e la retta } r : \begin{cases} x = t + 1 \\ y = (a + 1)t - 2 \\ z = (b + 1)t \end{cases}.$$

a) Si calcolino equazioni cartesiane per il piano passante per i punti P , Q ed R . (3 punti)

b) Si calcolino equazioni parametriche per il piano passante per P e ortogonale alla retta r . (3 punti)

c) Si calcoli la proiezione ortogonale del vettore $v = (10 - a, -1, -1 - b)$ su $\text{giac } r$. (3 punti)