Sostituire ai parametri a e b rispettivamente la penultima e l'ultima cifra del proprio numero di matricola (es.: numero 63571; $a = 7$, $b = 1$). **Rispondere UNICAMENTE su questo foglio**, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango). **Non consegnare alcun altro foglio.**

1) Sia S il sistema lineare nelle incognite reali x, y, z :
$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ -x + y + z(1 - 2b) = 0 \\ 2x - y + \delta z = 10 - a \end{cases}$$

a) Lo si discuta al variare di $\delta \in \mathbf{R}$. (4 punti)

b) Nello spazio euclideo tridimensionale, sia r la retta rappresentata dalle prime due equazioni del sistema S e sia π il piano rappresentato dall'ultima equazione del sistema S . Si determinino, se esistono, i valori di $\delta \in \mathbf{R}$ per i quali r risulta essere ortogonale a π . (3 punti)

2) Sia $f_\delta : \mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ l'applicazione bilineare simmetrica definita da

$$f_\delta((x, y), (x', y')) = (x, y) \begin{pmatrix} a + 1 + \delta & 10 - b \\ 10 - b & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}.$$

a) Si trovi, se esiste, un valore di $\delta \in \mathbf{R}$ tale che la forma quadratica associata a f_δ sia non definita. (4 punti)

b) Si trovino, se esistono, tutti i valori di $\delta \in \mathbf{R}$ tali che la forma quadratica associata a f_δ sia definita negativa. (4 punti)

c) Fissato $\delta = 10$, si trovi una base di $\mathbf{R}^2$ ortonormale rispetto al prodotto scalare definito da f_{10} . (3 punti)