Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) L'applicazione $F : \mathcal{M}_2(\mathbf{R}) \rightarrow \mathbf{R}$ definita nel modo seguente è lineare.

- V F** a) $F(A) = \det A$.
V F b) $F(A) = \text{tr } A$.
V F c) $F(A) = 0$.

2) Sia $T : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ definita da $T(x, y) = (x + y, y)$. Allora

- V F** a) T è un isomorfismo.
V F b) $(1, 1)$ è un autovettore di T .
V F c) 0 è un autovalore di T .

3) Siano $A, B \in M_n(\mathbf{R})$ due matrici simmetriche congruenti. Allora

- V F** a) A e B sono simili.
V F b) $\det A = \det B$.
V F c) A e B sono diagonalizzabili per similitudine.

4) Sia $q : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ una forma quadratica definita negativa. Allora

- V F** a) $q(v) < 0$ per ogni $v \in \mathbf{R}^3$ diverso dal vettore nullo.
V F b) ogni matrice associata a q ha rango massimo.
V F c) esiste una base $\mathcal{B}$ di $\mathbf{R}^3$ tale che $q(x, y, z) = -x^2 - y^2 - z^2$, con (x, y, z) coordinate rispetto a $\mathcal{B}$.

5) La seguente base di $\mathbf{R}^2$ è ortogonale rispetto al prodotto scalare di $\mathbf{R}^2$ definito da

$$\langle (x, y), (x', y') \rangle = (x, y) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}.$$

- V F** a) $\{(1, 0), (0, 1)\}$.
V F b) $\{(0, 1), (1, -1)\}$.
V F c) $\{(1, 1), (1, -1)\}$.

6) Il sottospazio affine di $\mathcal{A}^5(\mathbf{R})$ di equazioni cartesiane $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 - x_5 = 1 \end{cases}$

- V F** a) ha dimensione 2.
V F b) ha dimensione 3.
V F c) contiene il punto $(1, -1, -1, -1, 0)$.

Marcare con una crocetta su **V** le affermazioni ritenute vere e su **F** le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale -1 punto.

1) L'applicazione $F : \mathcal{M}_2(\mathbf{R}) \rightarrow \mathcal{M}_2(\mathbf{R})$ definita nel modo seguente è lineare.

V F a) $F(A) = {}^t A$.

V F b) $F(A) = AB$, con $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$.

V F c) $F(A) = I_2$.

2) Sia $T : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ definita da $T(x, y) = (x - y, 2x - 2y)$. Allora

V F a) T è un isomorfismo.

V F b) $(1, 1)$ è un autovettore di T .

V F c) 0 è un autovalore di T .

3) Siano $A, B \in M_n(\mathbf{R})$ due matrici simmetriche simili. Allora

V F a) A e B sono congruenti.

V F b) $\det A = \det B$.

V F c) A e B sono diagonalizzabili per similitudine.

4) Sia $q : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ una forma quadratica definita negativa. Allora

V F a) $q(v) = 0$ se e solo se $v = (0, 0, 0)$.

V F b) l'indice di positività di q è zero.

V F c) esiste una base $\mathcal{B}$ di $\mathbf{R}^3$ tale che la matrice associata a q rispetto a $\mathcal{B}$ è la matrice $-I_3$.

5) La seguente base di $\mathbf{R}^2$ è ortogonale rispetto al prodotto scalare di $\mathbf{R}^2$ definito da

$$\langle (x, y), (x', y') \rangle = (x, y) \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}.$$

V F a) $\{(1, 0), (0, 1)\}$.

V F b) $\{(1, 0), (1, -3)\}$.

V F c) $\{(0, 1), (1, -2)\}$.

6) Il sottospazio affine di $\mathcal{A}^5(\mathbf{R})$ di equazioni parametriche $\begin{cases} x_1 = 1 + t - s \\ x_2 = 2t - s \\ x_3 = -t - s \\ x_4 = t + s \\ x_5 = 2 \end{cases}$, con $s, t \in \mathbf{R}$,

V F a) ha dimensione 2.

V F b) ha dimensione 3.

V F c) contiene il punto $(1, -1, -1, -1, 0)$.