Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale −1 punto.*

1) Il seguente spazio vettoriale è isomorfo a $\mathbf{R}^2$.

V F a) $S_2(\mathbf{R}) = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbf{R}) \mid {}^tA = A\}$.

V F b) $W = \{p(t) \in \mathbf{R}_{\leq 2}[t] \mid p(0) = 0\}$.

V F c) $\mathbf{R}_{\leq 2}[t]$.

2) Sia $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ definita da $T(x, y) = (x + y, y)$. Allora

V F a) T è un isomorfismo.

V F b) $(1, 1)$ è un autovettore di T.

V F c) 0 è un autovalore di T.

3) Siano $A, B \in M_n(\mathbf{R})$ due matrici simmetriche congruenti. Allora

V F a) A e B sono simili.

V F b) $\det A = \det B$.

V F c) A e B sono diagonalizzabili per similitudine.

4) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione n. Allora

V F a) ogni sottoinsieme di V linearmente indipendente si completa ad una base per V.

V F b) ogni base di V ha cardinalità n.

V F c) ogni sottoinsieme di V di cardinalità maggiore di n è linearmente dipendente.

5) Sia A una matrice invertibile di ordine n. Allora

V F a) $\rho(A) = n$.

V F b) ogni sistema lineare che ha A come matrice dei coefficienti è di Cramer.

V F c) $\det A \neq 0$.

6) Il sottospazio affine di $\mathcal{A}^5(\mathbf{R})$ di equazioni cartesiane $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 - x_5 = 1 \end{cases}$

V F a) ha dimensione 2.

V F b) ha dimensione 3.

V F c) contiene il punto $(1, -1, -1, -1, 0)$.

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale −1 punto.*

1) Il seguente spazio vettoriale è isomorfo a $\mathbf{R}^3$.

V F a) $S_2(\mathbf{R}) = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbf{R}) \mid {}^tA = A\}$.

V F b) $W = \{p(t) \in \mathbf{R}_{\leq 2}[t] \mid p(0) = 0\}$.

V F c) $\mathbf{R}_{\leq 2}[t]$.

2) Sia $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ definita da $T(x, y) = (x - y, 2x - 2y)$. Allora

V F a) T è un isomofismo.

V F b) $(1, 1)$ è un autovettore di T.

V F c) 0 è un autovalore di T.

3) Siano $A, B \in M_n(\mathbf{R})$ due matrici simmetriche simili. Allora

V F a) A e B sono congruenti.

V F b) $\det A = \det B$.

V F c) A e B sono diagonalizzabili per similitudine.

4) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione n. Allora

V F a) da ogni insieme di generatori per V si può estrarre una base.

V F b) ogni base di V ha cardinalità n.

V F c) ogni sottoinsieme di V di cardinalità minore di n non è un insieme di generatori.

5) Sia A una matrice di ordine n con $\det A = 0$. Allora

V F a) $\rho(A) < n$.

V F b) ogni sistema lineare che ha A come matrice dei coefficienti è di Cramer.

V F c) A è la matrice nulla.

6) Il sottospazio affine di $\mathcal{A}^5(\mathbf{R})$ di equazioni parametriche $\begin{cases} x_1 = 1 + t - s \\ x_2 = 2t - s \\ x_3 = -t - s \\ x_4 = t + s \\ x_5 = 2 \end{cases}$, con $s, t \in \mathbf{R}$,

V F a) ha dimensione 2.

V F b) ha dimensione 3.

V F c) contiene il punto $(1, -1, -1, -1, 0)$.