Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale −1 punto.*

1) Sia $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbf{K})$ e sia $r = \rho(A)$. Allora

V **F** a) ogni minore di A di ordine r ha determinante diverso da zero.

V **F** b) esiste un minore di A di ordine r con determinante diverso da zero.

V **F** c) $r \leq m$.

2) Siano $T, F : V \to W$ due applicazioni lineari e sia $\mathcal{B} = (v_1, \dots, v_n)$ una base di V.

V **F** a) Se $T(v_i) = F(v_i)$, per ogni $i = 1, \dots, n$, allora $T = F$.

V **F** b) Se $T \neq F$ allora $T(v_i) \neq F(v_i)$, per ogni $i = 1, \dots, n$.

V **F** c) Allora $(T(v_1), \dots, T(v_n))$ è una base di W.

3) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione n.

V **F** a) Allora esiste almeno una base per V.

V **F** b) Allora esiste un'unica base per V.

V **F** c) Tutte le basi di V hanno n elementi.

4) La seguente struttura algebrica è un anello commutativo unitario.

V **F** a) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$.

V **F** b) $(\mathbf{N}, +, \cdot)$.

V **F** c) $(\mathbf{Q}, +, \cdot)$.

5) Sia $T : V \to V$ un endomorfismo.

V **F** a) Allora T ammette un numero finito di autovalori.

V **F** b) Allora T ammette almeno un autovalore.

V **F** c) Se T è l'endomorfismo nullo allora ammette solo l'autovalore nullo.

6) Il seguente insieme è un sottospazio di $\mathcal{M}_n(\mathbf{K})$.

V **F** a) $S_n(\mathbf{K}) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K}) \mid {}^tA = A\}$.

V **F** b) $GL_n(\mathbf{K}) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K}) \mid \det(A) \neq 0\}$.

V **F** c) $W = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K}) \mid \mathrm{tr}(A) = 0\}$.

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei sei quesiti vi possono essere da 0 a 3 affermazioni vere. Ogni risposta esatta vale +1 punto, mentre ogni risposta sbagliata vale −1 punto.*

1) Sia $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbf{K})$ e sia $r = \rho(A)$. Allora

V **F** a) ogni insieme di r righe di A è linearmente indipendente.

V **F** b) esistono r righe di A linearmente indipendenti.

V **F** c) $r \leq n$.

2) Siano $T, F : V \to W$ due applicazioni lineari e sia $\mathcal{B} = (v_1, \ldots, v_n)$ una base di V.

V **F** a) Allora l'insieme $\{F(v_1), \ldots, F(v_n)\}$ è linearmente indipendente.

V **F** b) Se $T(v_i) = 0_W$, per ogni $i = 1, \ldots, n$, allora T è l'applicazione nulla.

V **F** c) Se $T(v_i) = F(v_i)$, per ogni $i = 1, \ldots, n$, allora $T = F$.

3) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione n e sia W un suo sottospazio. Allora

V **F** a) ogni base di V contiene una base di W.

V **F** b) ogni base di W si completa ad una base di V.

V **F** c) $\dim(W) \leq n$.

4) La seguente struttura algebrica è un campo.

V **F** a) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$.

V **F** b) $(\mathbf{Z}_{25}, +, \cdot)$.

V **F** c) $(\mathbf{Q}, +, \cdot)$.

5) Sia V uno spazio vettoriale complesso di dimensione n e sia $T : V \to V$ un endomorfismo.

V **F** a) Allora T ammette un numero finito di autovalori.

V **F** b) Allora T ammette almeno un autovalore.

V **F** c) Allora T è diagonalizzabile.

6) Il seguente insieme è un sottospazio di $\mathbf{K}[t]$.

V **F** a) $\mathbf{K}_{\leq 3}[t] = \{p \in \mathbf{K}[t] \mid \deg(p) \leq 3\}$.

V **F** b) $W = \{p \in \mathbf{K}[t] \mid p(0) = 0\}$.

V **F** c) $W = \{p \in \mathbf{K}[t] \mid \deg(p) = 3\}$.