SIMILITUDINE-AUTOVALORI

Corso di Geometria

1) Data la matrice A a coefficienti reali, calcolarne il polinomio caratteristico e gli autovalori. Verificare se A è o meno diagonalizzabile per similitudine e in caso affermativo, calcolare una matrice diagonale D simile ad A e determinare E tale che $D = E^{-1}AE$.

a) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$.

b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ -4 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$.

c) $A = \begin{pmatrix} 5 & -5 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

d) $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 0 & 4 \\ 1/2 & -2 & 1/2 & 3/2 \\ -7/2 & 3 & -1/2 & -5/2 \\ 1/2 & -1 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$.

e) $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

2) Dato l'endomorfismo $T : V \to V$, calcolarne gli autovalori e determinare una rappresentazione cartesiana minimale per gli autospazi. Verificare se T è o meno semplice e in caso affermativo, determinare una base spettrale di V relativa a T.

a) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definita da $T(x, y) = (3y, -2x)$.

b) $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definita da $T(x, y, z) = (2x + y + 2z, x, x)$.

c) $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definita da $T(1,2,1) = (-2,-4,-2)$, $T(1,1,1) = (-1,-2,-1)$, $T(0,0,1) = (1,0,-1)$.

d) $T : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \to \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ definita da $T(A) = \frac{1}{2}(A + {}^tA)$.

e) $T : \mathbb{R}_{\leq 3} \to \mathbb{R}_{\leq 3}$ definita da $T(p) = p' + 2p(-1)$.