12 Giugno 2012 **Seconda prova parziale: versione 1** **N. Matr.**.......

Rispondere UNICAMENTE su questi fogli, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

---

1) Si consideri la matrice a coefficienti in $\mathbb{R}$

$$A_\gamma = \begin{pmatrix} 3 & -3-\gamma & 0 \\ -3-\gamma & 4+4\gamma & \gamma+1 \\ 0 & \gamma+1 & \gamma+1 \end{pmatrix}.$$

a) Si determini per quali valori di $\gamma \in \mathbb{R}$ la matrice A è definita positiva. *(2 punti)*

b) Fissato $\gamma = 1$ sia $\langle\ ,\ \rangle_A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ il prodotto scalare definito da

$$\langle (x_1, x_2, x_3), (y_1, y_2, y_3) \rangle_A = (x_1, x_2, x_3) \cdot A \cdot {}^t(y_1, y_2, y_3)$$

e sia $U = L((0, 0, 1))$. Si determini una rappresentazione cartesiana minimale ed una base per ${}^\perp U$. *(2 punti)*

c) Sia C_γ la conica che ha γ come discriminante. Si classifichi C_γ al variare di $\gamma \in \mathbb{R}$. *(2 punti)*

d) Fissato $\gamma = 0$, si determini una matrice diagonale simile ad A e la forma canonica per congruenza di A. *(3 punti)*

2) In $\mathbb{R}^3$ si considerino le rette

$$r : \begin{cases} x + 4y - z = -9 \\ 2y + z = -1 \end{cases} \qquad s : \begin{cases} x + 2y + \delta z = 0 \\ x - 3z = 1 \end{cases}.$$

a) Si determini la posizione reciproca di r ed s al variare di $\delta \in \mathbb{R}$ (cioè si determini per quali valori di $\delta \in \mathbb{R}$ le due rette sono sghembe, per quali parallele, per quali incidenti, per quali coincidenti). *(3 punti)*

b) Fissato $\delta = 0$, si calcoli la distanza tra r e s. *(3 punti)*

c) Fissato $\delta = -2$, si calcolino equazioni parametriche minimali per il piano che contiene sia r che s. *(3 punti)*

---

12 Giugno 2012 **Seconda prova parziale: versione 1** **N. Matr.**.......

Rispondere UNICAMENTE su questi fogli, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

---

1) In $\mathbb{R}^3$ si considerino le rette

$$r: \begin{cases} x+4y-z=-9 \\ 2y+z=-1 \end{cases} \qquad s: \begin{cases} x+2y+\delta z=0 \\ x-3z=1 \end{cases}.$$

a) Si determini la posizione reciproca di r ed s al variare di $\delta \in \mathbb{R}$ (cioè si determini per quali valori di $\delta \in \mathbb{R}$ le due rette sono sghembe, per quali parallele, per quali incidenti, per quali coincidenti). *(3 punti)*

b) Fissato $\delta = 0$, si calcoli la distanza tra r e s. *(3 punti)*

c) Fissato $\delta = -2$, si calcolino equazioni parametriche minimali per il piano che contiene sia r che s. *(3 punti)*

2) Si consideri la matrice a coefficienti in $\mathbb{R}$

$$A_\gamma = \begin{pmatrix} 3 & -3-\gamma & 0 \\ -3-\gamma & 4+4\gamma & \gamma+1 \\ 0 & \gamma+1 & \gamma+1 \end{pmatrix}.$$

a) Si determini per quali valori di $\gamma \in \mathbb{R}$ la matrice A è definita positiva. *(2 punti)*

b) Fissato $\gamma = 1$ sia $\langle\ ,\ \rangle_A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ il prodotto scalare definito da

$$\langle (x_1,x_2,x_3),(y_1,y_2,y_3)\rangle_A = (x_1,x_2,x_3)\cdot A \cdot {}^t(y_1,y_2,y_3)$$

e sia $U = L((0,0,1))$. Si determini una rappresentazione cartesiana minimale ed una base per ${}^\perp U$. *(2 punti)*

c) Sia C_γ la conica che ha γ come discriminante. Si classifichi C_γ al variare di $\gamma \in \mathbb{R}$. *(2 punti)*

d) Fissato $\gamma = 0$, si determini una matrice diagonale simile ad A e la forma canonica per congruenza di A. *(3 punti)*
