

# Programma dettagliato del corso di Geometria A.A. 2011/2012

Ingegneria Edile/Architettura

**Nota:** il materiale con la dicitura “on line” è reperibile sulla mia pagina web. I Cap 10 e 11 sono dedicati allo studio uno spazio affine o euclideo di dimensione 2 e 3. Quindi i risultati in essi contenuti (fatta eccezione per il paragrafo 4 del Cap 10) sono gli STESSI contenuti nel Cap. 9, dedicato agli spazi euclidei e affini, riformulati nel caso specifico di uno spazio euclideo di dimensione 2 o 3 e solo come tali vanno studiati.

**Capitolo 1- Insiemi e relazioni:** Insiemi (leggere); Operazioni tra insiemi (leggere); Relazioni ed applicazioni (leggere); Relazioni di equivalenza e quozienti (escluso Def. 1.10 e Teo 1.4).

**Capitolo 2- Strutture algebriche:** Operazioni su insiemi; Gruppi; Anelli e Campi; n-ple; L’anello dei polinomi (escluso Oss 2.3 e Oss 2.5).

**Capitolo 3- Matrici e determinanti:** Matrici e loro operazioni; L’anello delle matrici quadrate, Matrici ridotte e trasformazioni elementari (esclusa definizione di matrice completamente ridotta); Permutazioni (esclusa Def 3.18, Prop 3.11 (b), Teo 3.12 e Cor 3.13); Determinante di una matrice quadrata; Calcolo del determinante (esclusa Prop 3.18).

*Dimostrazioni:* Teo 3.9 (senza la parte riguardante la forma completamente ridotta), Teo 3.10, Prop 3.16.

*Approfondimenti:* permutazioni su due o tre oggetti (on-line); significato geometrico del determinante (on-line).

**Capitolo 4 - Spazi e sottospazi vettoriali:** Spazi vettoriali; Sottospazi, Sistemi di generatori (figure on-line); Dipendenza ed indipendenza lineare; Basi e dimensione; Componenti di un vettore; Somma ed intersezione di sottospazi (figure on-line).

*Dimostrazioni:* Teo 4.6, Lemma 4.8 + Teo 4.10, Prop 4.12, Prop 4.13 + Cor 4.14, Teo 4.19 .

*Approfondimenti:* Teorema di riduzione di un sistema di generatori ad una base (con dimostrazione).

**Capitolo 5 - Trasformazioni lineari:** Trasformazioni lineari e isomorfismi (esempi on-line); Matrici associate ad una trasformazione lineare; Rango di una matrice; Cambiamenti di base.

*Dimostrazioni:* Prop 5.2, Teo 5.5, Teo 5.6.

**Capitolo 6 - Sistemi lineari:** Sistemi lineari e loro risolubilità (esclusa Def 6.2 e Oss 6.1); Metodi di risoluzione per sistemi lineari (escluso Algoritmo A); Rappresentazione dei sottospazi vettoriali.

*Dimostrazioni:* Prop 6.2.

**Capitolo 7 - Autovalori ed autovettori:** Autovalori ed autospazi di un operatore lineare; Matrici simili; Polinomio caratteristico; Diagonalizzazione di matrici ed operatori lineari.

*Dimostrazioni:* Prop 7.2, Prop 7.4, Teo 7.5 + Cor 7.6, Prop 7.7, Prop 7.12 + Oss 7.3.

**Capitolo 8 - Spazi vettoriali euclidei:** Prodotti scalari e norme; Basi ortonormali; Trasformazioni ortogonali; Complemento ortogonale (figure on-line); Matrici di Gram e proiezioni ortogonali (solo definizione 8.11 e formula di proiezione); Orientazioni di uno spazio vettoriale euclideo; Prodotto vettoriale e prodotto misto.

*Dimostrazioni:* Prop 8.1, Prop 8.3, Prop 8.5.

*Approfondimenti:* classificazione delle trasformazioni ortogonali 2x2 e 3x3 e Teorema di Eulero (on-line).

**Capitolo 9 - Spazi euclidei e affini:** Definizioni ed esempi (figure on-line), Sistemi di riferimento, Sottospazi euclidei e affini (figure on-line), Rappresentazione di sottospazi euclidei e affini, Condizioni di parallelismo, Ortogonalità tra sottospazi, Distanza euclidea, Simmetrie, Isometrie.

*Approfondimenti:* fasci di iperpiani (definizione ed equazione cartesiana); definizione di trasformazioni affini e caratterizzazione di trasformazioni affini da  $\mathbb{R}^n$  a  $\mathbb{R}^m$ .

*Dimostrazioni:* Teo 9.6

**Capitolo 10 - Il piano euclideo:** I sottospazi del piano euclideo: punti e rette (escluso Oss 10.1, Def 10.2 Prop 10.4 (ii)); Distanze (fino a Prop 10.7); Le coniche come luoghi geometrici.

**Capitolo 11 - Lo spazio euclideo:** I sottospazi dello spazio euclideo: punti, rette, piani (escluso Def 11.1, Def 11.2, Def 11.3, Prop 11.5 (iii), 11.6 (iii), Def 11.5, Prop 11.7 (ii), Def 11.6, Def 11.7). Distanze (fino a Prop 11.13).

**Capitolo 12 - Elementi di teoria delle coniche e delle quadriche:** Per le coniche solo: Def 12.3, Def 12.4, Def 12.6, Prop 12.7, Prop 12.8, Def 12.7, definizioni e formule per centro, assi e vertici (on-line), Prop 12.16, Prop 12.17, Prop 12.18. Per le quadriche solo: Def 12.16, Def 12.17, Def 12.19, Prop 12.24, Prop 12.25, Def 12.20, Prop 12.35, Teo 12.37 (senza schema), Figure da 12.6 a 12.10, Prop 12.39.

*Approfondimenti:* coni e cilindri (on-line).

**Appendice A:** Solo Prop A.2 Def A.4, Oss A.3, Def A.5, Teo A.3, Prop A.4.

**Appendice B:** Matrici simmetriche (Teorema spettrale); Forme bilineari, quadratiche e matrici simmetriche associate, Congruenza di matrici simmetriche; Forme canoniche; Forme e matrici definite.

*Approfondimenti:* proprietà degli operatori simmetrici (con dimostrazione della nota 1 pag. 281 e dell'ortogonalità di autovettori relativi ad autovalori distinti); forme bilineari antisimmetriche, parte antisimmetrica di una forma bilineare e decomposizione di una forma bilineare come somma della sua parte simmetrica

e antisimmetrica; formula di Cartesio (per trovare l'indice di positività).  
*Dimostrazioni:* Prop B.3.