Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) La conica di equazione $3x^2 - 2xy - 4y^2 + 6x - 4 = 0$

F V a) è un iperbole.
F V b) è una parabola.
F V c) ha almeno un asse di simmetria.
F V d) è una conica a centro.

2) In $\mathbf{R}^4$ l'iperpiano $3x_1 - x_4 = 3$

F V a) è parallelo alla retta di coefficienti direttori $(3, 0, 0, -1)$.
F V b) è perpendicolare all'iperpiano $x_2 + x_3 = 3$.
F V c) passa per il punto $(3, 3, 3, 6)$.
F V d) ammette $\{(1, 0, 0, 3), (0, 1, 1, 0)\}$ come base per la sua giacitura.

3) Sia $\mathcal{A}$ uno spazio affine di dimensione $r > 0$.

F V a) Allora $\overrightarrow{\mathcal{A}}$ contiene $r + 1$ vettori linearmente indipendenti.
F V b) Allora $\mathcal{A}$ contiene $r - 1$ punti affinemente indipendenti.
F V c) Allora $\mathcal{A}$ ammette una rappresentazione cartesiana con matrice dei coefficienti di rango r.
F V d) Se $P, Q \in \mathcal{A}$ allora il vettore libero $2\overrightarrow{PQ} \in \overrightarrow{\mathcal{A}}$

4) La forma quadratica $q : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}$ definita da $q(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 - x_2^2 + 2x_1x_3$

F V a) si annulla solo sul vettore nullo.
F V b) ha sia l'indice di positività che quello di negatività non nulli.
F V c) ha $\phi((x_1, x_2, x_3, x_4), (y_1, y_2, y_3, y_4)) = x_1y_1 - x_2y_2 + 2x_1y_1$ come forma polare.
F V d) ha $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ come matrice associata.

5) La matrice $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 2 & 2 & 4 \\ 5 & 4 & 9 \end{pmatrix}$

F V a) è definita positiva.
F V b) è simile a una matrice diagonale.
F V c) è simile alla matrice $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 1 & 0 & 4 \\ 4 & 2 & 9 \end{pmatrix}$.
F V d) è congruente alla matrice $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

6) Sia $T : V \to V$ un endomorfismo e siano λ e μ due suoi autovalori.

F V a) Se $\dim V = \dim U_\lambda + \dim U_\mu$ allora esiste una base di V spettrale per T.

F V b) Esistono almeno due autovettori linearmente indipendenti.

F V c) Se $\dim V = 2$ allora esiste una base di V spettrale per T.

F V d) Se $\lambda = 0$ allora T non è un isomorfismo.

7) Due matrici simili

F V a) hanno lo stesso polinomio caratteristico.

F V b) sono matrici associate ad uno stesso endomorfismo.

F V c) hanno gli stessi elementi sulla diagonale principale.

F V d) se sono distinte, allora sono linearmente indipendenti (come elementi dello spazio vettoriale delle matrici).

8) Sia V uno spazio vettoriale euclideo, sia $T : V \to V$ un'applicazione ortogonale e sia v un vettore di norma due.

F V a) Allora la norma di $T(v)$ è uguale a due.

F V b) Se $w \in {}^{\perp}L(v)$ allora $T(w) \in {}^{\perp}L(T(v))$.

F V c) Allora $v \notin \ker T$.

F V d) Se A è una matrice associata a T rispetto ad una base ortonormale allora ${}^{t}A = A^{-1}$.

9) Sia $\langle\ ,\ \rangle$ il prodotto scalare su $\mathbf{R}^2$ definito da $\langle (x,y),(x',y')\rangle = xx' + 2yy' - xy' - yx'$.

F V a) La base $\{(1,0),(0,1)\}$ è ortogonale (rispetto a questo prodotto scalare).

F V b) Esistono due vettori $v, w \in \mathbf{R}^2$ non nulli tali che $\langle v, w\rangle = 0$.

F V c) Il complemento ortogonale di una retta è una retta.

F V d) Il vettore $(1,0)$ ha norma uno (rispetto a questo prodotto scalare).

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) In $\mathbf{R}^4$ l'iperpiano $3x_1 - x_4 = 3$

F **V** a) è parallelo alla retta di coefficienti direttori $(3, 0, 0, -1)$.

F **V** b) è perpendicolare all'iperpiano $x_2 + x_3 = 3$.

F **V** c) passa per il punto $(3, 3, 3, 6)$.

F **V** d) ammette $\{(1, 0, 0, 3), (0, 1, 1, 0)\}$ come base per la sua giacitura.

2) La forma quadratica $q : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}$ definita da $q(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 - x_2^2 + 2x_1x_3$

F **V** a) si annulla solo sul vettore nullo.

F **V** b) ha sia l'indice di positività che quello di negatività non nulli.

F **V** c) ha $\phi((x_1, x_2, x_3, x_4), (y_1, y_2, y_3, y_4)) = x_1y_1 - x_2y_2 + 2x_1y_1$ come forma polare.

F **V** d) ha $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ come matrice associata.

3) La conica di equazione $3x^2 - 2xy - 4y^2 + 6x - 4 = 0$

F **V** a) è un iperbole.

F **V** b) è una parabola.

F **V** c) ha almeno un asse di simmetria.

F **V** d) è una conica a centro.

4) Sia $\mathcal{A}$ uno spazio affine di dimensione $r > 0$.

F **V** a) Allora $\overrightarrow{\mathcal{A}}$ contiene $r + 1$ vettori linearmente indipendenti.

F **V** b) Allora $\mathcal{A}$ contiene $r - 1$ punti affinemente indipendenti.

F **V** c) Allora $\mathcal{A}$ ammette una rappresentazione cartesiana con matrice dei coefficienti di rango r.

F **V** d) Se $P, Q \in \mathcal{A}$ allora il vettore libero $2\overrightarrow{PQ} \in \overrightarrow{\mathcal{A}}$

5) Sia $\langle\ ,\ \rangle$ il prodotto scalare su $\mathbf{R}^2$ definito da $\langle(x, y), (x', y')\rangle = xx' + 2yy' - xy' - yx'$.

F **V** a) La base $\{(1, 0), (0, 1)\}$ è ortogonale (rispetto a questo prodotto scalare).

F **V** b) Esistono due vettori $v, w \in \mathbf{R}^2$ non nulli tali che $\langle v, w\rangle = 0$.

F **V** c) Il complemento ortogonale di una retta è una retta.

F **V** d) Il vettore $(1, 0)$ ha norma uno (rispetto a questo prodotto scalare).

6) Due matrici simili

F **V** a) hanno lo stesso polinomio caratteristico.

F **V** b) sono matrici associate ad uno stesso endomorfismo.

F **V** c) hanno gli stessi elementi sulla diagonale principale.

F **V** d) se sono distinte, allora sono linearmente indipendenti (come elementi dello spazio vettoriale delle matrici).

7) La matrice $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 2 & 2 & 4 \\ 5 & 4 & 9 \end{pmatrix}$

F **V** a) è definita positiva.

F **V** b) è simile a una matrice diagonale.

F **V** c) è simile alla matrice $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 1 & 0 & 4 \\ 4 & 2 & 9 \end{pmatrix}$.

F **V** d) è congruente alla matrice $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

8) Sia V uno spazio vettoriale euclideo, sia $T : V \to V$ un'applicazione ortogonale e sia v un vettore di norma due.

F **V** a) Allora la norma di $T(v)$ è uguale a due.

F **V** b) Se $w \in {}^{\perp}L(v)$ allora $T(w) \in {}^{\perp}L(T(v))$.

F **V** c) Allora $v \notin \ker T$.

F **V** d) Se A è una matrice associata a T rispetto ad una base ortonormale allora ${}^{t}A = A^{-1}$.

9) Sia $T : V \to V$ un endomorfismo e siano λ e μ due suoi autovalori.

F **V** a) Se $\dim V = \dim U_\lambda + \dim U_\mu$ allora esiste una base di V spettrale per T.

F **V** b) Esistono almeno due autovettori linearmente indipendenti.

F **V** c) Se $\dim V = 2$ allora esiste una base di V spettrale per T.

F **V** d) Se $\lambda = 0$ allora T non è un isomorfismo.

Marcare con una crocetta su **V** *le affermazioni ritenute vere e su* **F** *le affermazioni ritenute false. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ognuno dei nove quesiti vi possono essere da 0 a 4 affermazioni vere. Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, −1/2 punto se è errata, 0 in caso di astensione. Non è consentito l'utilizzo di alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora*

1) Sia $\mathcal{A}$ uno spazio affine di dimensione $r > 0$.

F V a) Allora $\overrightarrow{\mathcal{A}}$ contiene $r+1$ vettori linearmente indipendenti.

F V b) Allora $\mathcal{A}$ contiene $r-1$ punti affinemente indipendenti.

F V c) Allora $\mathcal{A}$ ammette una rappresentazione cartesiana con matrice dei coefficienti di rango r.

F V d) Se $P, Q \in \mathcal{A}$ allora il vettore libero $2\overrightarrow{PQ} \in \overrightarrow{\mathcal{A}}$

2) Due matrici simili

F V a) hanno lo stesso polinomio caratteristico.

F V b) sono matrici associate ad uno stesso endomorfismo.

F V c) hanno gli stessi elementi sulla diagonale principale.

F V d) se sono distinte, allora sono linearmente indipendenti (come elementi dello spazio vettoriale delle matrici).

3) La conica di equazione $3x^2 - 2xy - 4y^2 + 6x - 4 = 0$

F V a) è un iperbole.

F V b) è una parabola.

F V c) ha almeno un asse di simmetria.

F V d) è una conica a centro.

4) La forma quadratica $q : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}$ definita da $q(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 - x_2^2 + 2x_1x_3$

F V a) si annulla solo sul vettore nullo.

F V b) ha sia l'indice di positività che quello di negatività non nulli.

F V c) ha $\phi((x_1, x_2, x_3, x_4), (y_1, y_2, y_3, y_4)) = x_1y_1 - x_2y_2 + 2x_1y_1$ come forma polare.

F V d) ha $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ come matrice associata.

5) Sia V uno spazio vettoriale euclideo, sia $T : V \to V$ un'applicazione ortogonale e sia v un vettore di norma due.

F V a) Allora la norma di $T(v)$ è uguale a due.

F V b) Se $w \in {}^{\perp}L(v)$ allora $T(w) \in {}^{\perp}L(T(v))$.

F V c) Allora $v \notin \ker T$.

F V d) Se A è una matrice associata a T rispetto ad una base ortonormale allora ${}^tA = A^{-1}$.

6) Sia $T : V \to V$ un endomorfismo e siano λ e μ due suoi autovalori.

F V a) Se $\dim V = \dim U_\lambda + \dim U_\mu$ allora esiste una base di V spettrale per T.

F V b) Esistono almeno due autovettori linearmente indipendenti.

F V c) Se $\dim V = 2$ allora esiste una base di V spettrale per T.

F V d) Se $\lambda = 0$ allora T non è un isomorfismo.

7) Sia $\langle \ , \ \rangle$ il prodotto scalare su $\mathbf{R}^2$ definito da $\langle (x,y),(x',y')\rangle = xx' + 2yy' - xy' - yx'$.

F V a) La base $\{(1,0),(0,1)\}$ è ortogonale (rispetto a questo prodotto scalare).

F V b) Esistono due vettori $v, w \in \mathbf{R}^2$ non nulli tali che $\langle v, w\rangle = 0$.

F V c) Il complemento ortogonale di una retta è una retta.

F V d) Il vettore $(1,0)$ ha norma uno (rispetto a questo prodotto scalare).

8) In $\mathbf{R}^4$ l'iperpiano $3x_1 - x_4 = 3$

F V a) è parallelo alla retta di coefficienti direttori $(3,0,0,-1)$.

F V b) è perpendicolare all'iperpiano $x_2 + x_3 = 3$.

F V c) passa per il punto $(3,3,3,6)$.

F V d) ammette $\{(1,0,0,3),(0,1,1,0)\}$ come base per la sua giacitura.

9) La matrice $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 2 & 2 & 4 \\ 5 & 4 & 9 \end{pmatrix}$

F V a) è definita positiva.

F V b) è simile a una matrice diagonale.

F V c) è simile alla matrice $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 1 & 0 & 4 \\ 4 & 2 & 9 \end{pmatrix}$.

F V d) è congruente alla matrice $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.