

SPAZI AFFINI E EUCLIDEI

Corso di Geometria

1) In $\mathbb{R}^4$:

- a) si determinino equazioni parametriche per il sottospazio affine S di equazioni cartesiane:

$$\begin{cases} 2x + 2y + 3z - t = 1 \\ x + 4y + 2z = 5 \end{cases}.$$

Quanto vale $\dim(S)$?

- b) si diano equazioni cartesiane per il sottospazio affine T di equazioni parametriche:

$$\begin{cases} x = \alpha + 2\beta + \gamma + \delta \\ y = \alpha - 3\gamma - 3\delta \\ z = -\beta \\ t = 2\beta - \gamma - \delta \end{cases}, \quad \alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}.$$

Quanto vale $\dim(T)$?

- c) si diano equazioni cartesiane e parametriche per il sottospazio affine $\mathcal{H}$ passante per il punto $P = (1, 0, 2, 1)$ e avente giacitura $\vec{\mathcal{H}} = L((1, 0, 0, 1), (2, -1, 1, 0), (0, -1, 2, 1))$.

2) In $\mathbb{R}^2$, si considerino le due rette di equazioni parametriche:

$$r : \begin{cases} x = 2t - 2 \\ y = 3t + 7 \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R},$$

$$s : \begin{cases} x = t - 1 \\ y = 4t + 8 \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Si dica se le rette sono incidenti o parallele e, nel caso siano incidenti, si determini il punto di intersezione.

3) In $\mathbb{R}^3$:

- a) si determinino equazioni cartesiane per la retta r passante per il punto $(1, 1, 1)$ e perpendicolare al piano di equazioni cartesiane:

$$2y - z - 2 = 0.$$

- b) si determinino equazioni parametriche per il piano π passante per il punto $(1, 0, 2)$ e contenente la retta di equazioni cartesiane:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ y - z = 0 \end{cases}.$$

- c) si determinino equazioni cartesiane per il piano Π parallelo al piano

$$x + y - 2z = -1$$

e passante per il punto $(1, 1, 0)$.

- 4) In $\mathbb{R}^3$ si considerino i punti $P = (2, 1, -1)$, $Q = (4, 1, 0)$, le rette

$$r : \begin{cases} x + 2y = 4 \\ x - z = 3 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = -1 \\ z = \alpha \end{cases} \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

e i piani

$$\pi : \begin{cases} x = \alpha \\ y = \beta \\ z = 1 - 3\alpha - \beta \end{cases} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R} \quad \pi' : -3x - y - z = 0.$$

- a) Si determini la distanza tra P e Q .
 b) Si determini la distanza tra P e r .
 c) Si determini la distanza tra Q e r .
 d) Si determini la distanza tra r e s .
 e) Si determini la distanza tra P e π .
 f) Si determini la distanza tra π e π' .

5) Sia $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ l'affinità definita da $T(1, 1) = (2, 1)$, $T(2, 1) = (3, 0)$, $T(1, 2) = (4, 1)$.

- a) Si calcolino equazioni per T rispetto al riferimento standard.
- b) Si calcoli $T(0, 0)$.
- c) Si calcolino equazioni cartesiane per la retta r' immagine tramite T della retta $r : x - y = 0$.