

## 2<sup>^</sup> Lezione

- Equazioni di 1° .
- Equazioni di 2° .
- Equazioni fattoriali .
- Equazioni biquadratiche .
- Equazioni binomie .
- Equazioni fratte .
- Allegato Esercizi .

## EQUAZIONI ALGEBRICHE

### EQUAZIONI DI 1° GRADO

Con il termine di equazione intendiamo una uguaglianza tra due espressioni algebriche, contenenti una incognita ( $x$ ). Risolvere tale equazione significa determinare quel particolare valore da attribuire alla incognita ( $x$ ), per il quale risulti verificata l'eguaglianza.

$$\text{Es. } ax + b = 0 \Rightarrow ax = -b \Rightarrow \frac{ax}{a} = \frac{-b}{a} \Rightarrow x = \frac{-b}{a} \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

$$\text{Es. risolvere: } 2x + 4 = 0 \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = -\frac{4}{2} \Rightarrow x = -2$$

$$\text{verifica: } 2(-2) + 4 = 0 \Rightarrow -4 + 4 = 0 \Rightarrow 0 = 0$$

$$\text{Es. risolvere: } -3x + 9 = 0 \Rightarrow -3x = -9 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{3} \Rightarrow x = 3$$

$$\text{Es. risolvere: } 2x - 3 + \frac{2}{3} = 2(3 - x) \Rightarrow \frac{6x - 9 + 2}{3} = \frac{6(3 - x)}{3} \Rightarrow 6x - 9 + 2 = 18 - 6x$$

$$\Rightarrow 6x + 6x = 18 + 9 - 2 \Rightarrow 12x = 25 \Rightarrow x = \frac{25}{12}$$

$$\text{Es. risolvere: } -x + 2(x - 2) + [3(1 - x) + 2(-2x - 1)] = (3 - x) - 2$$

$$\Rightarrow -x + 2x - 4 + [3 - 3x - 4x - 2] = 3 - x - 2 \Rightarrow -x + 2x - 7x + x = 3 - 2 + 4 - 1$$

$$\Rightarrow -5x = +4 \Rightarrow 5x = -4 \Rightarrow x = -\frac{4}{5}$$

## EQUAZIONI DI 2° GRADO

$$ax^2 + bx + c = 0$$

equazione completa ed ordinata

le soluzioni ( o radici ) dell'equazione si ottengono dall' applicazione diretta della formula :

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

detta formula risolutiva .

dove

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

si chiama discriminante dell'equazione .

Allo stesso modo si può utilizzare quella che si chiama formula ridotta ( notevolmente vantaggiosa in certi casi )

$$x_{1/2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} - ac}}{a}$$

Caratteristiche principali dell'equazione di 2° grado :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

- 1)  $\Delta \geq 0$             2 soluzioni  $x_1 \neq x_2$  reali e distinte .
- 2)  $\Delta = 0$             2 soluzioni  $x_1 = x_2$  reali e coincidenti .  
( il polinomio è il quadrato di un binomio ).
- 3)  $\Delta < 0$              $\forall x \in \mathfrak{R}$  ( nessuna soluzione in  $\mathfrak{R}$  ) .

Casi particolari dell'equazione di 2° grado :     $(ax^2 + bx + c = 0)$

1) Se  $c = 0$  l'equazione diventa  $ax^2 + bx = 0$  detta anche equaz. **SPURIA**

applicando la formula risolutiva abbiamo :

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2}}{2a} = \frac{-b \pm b}{2a} = \begin{cases} x_1 = \frac{-b-b}{2a} = \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a} \\ x_2 = \frac{-b+b}{2a} = 0 \end{cases}$$

Gli stessi risultati li possiamo ottenere molto più semplicemente usando il raccoglimento a fattore comune :

$$ax^2 + bx = 0 \quad \mathbf{P} \quad x(ax + b) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 0 \\ ax + b = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{-b}{a} \end{cases}$$

$$\text{Es.} \quad 3x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(3x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = \frac{4}{3} \end{cases}$$

2) Se  $b = 0$  l'equaz. diventa  $ax^2 + c = 0$  detta anche equaz. **PURA**

applicando nuovamente la formula risolutiva abbiamo :

$$x_{1/2} = \pm \frac{\sqrt{-4ac}}{2a} = \pm \sqrt{\frac{-4ac}{4a^2}} = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = +\sqrt{\frac{-c}{a}} \\ x_2 = -\sqrt{\frac{-c}{a}} \end{cases}$$

Equivalentemente potremo risolvere anche così :

$$ax^2 + c = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{-c}{a} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = +\sqrt{\frac{-c}{a}} \\ x_2 = -\sqrt{\frac{-c}{a}} \end{cases}$$

**NOTA BENE :** dal momento che stiamo operando nel campo dei numeri reali le soluzioni di un'equazione pura sono accettabili se e solo se i valori dei coefficienti  $a$  e  $c$  sono di segno discorde.

Quindi :

$$x_1, x_2 \in \mathfrak{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0, c < 0 \\ a < 0, c > 0 \end{cases}$$

Es.  $4x^2 - 16 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{16}{4} \Rightarrow x = \pm 2 \quad (a > 0, c < 0)$

$$x^2 + 8 = 0 \Rightarrow x^2 = -8 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-8} \Rightarrow \forall x \in \mathfrak{R}$$

In questo caso si poteva ragionare in modo semplice considerando che un quadrato ( $x^2$ ) che esprime una quantità positiva non può mai essere uguale ad un numero negativo.

Ricordiamo che il grado di un'equazione è dato dal grado massimo di un suo monomio e che il grado esprime altresì il numero massimo di soluzioni ( radici ) della stessa . Il monomio privo di fattore letterale ( incognita ) è detto termine noto dell'equazione ; la mancanza di tale termine qualifica l'equazione come omogenea .

Sintetizzando :

$$ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \dots + zx^0 = 0$$

equazione ordinata ( potenze decrescenti ) e completa ( presenza del termine noto )

$$ax^n + cx^{n-2} + \dots + zx^0 = 0$$

equazione ordinata ( potenze decrescenti ) e incompleta ( mancanza di un termine )

$$ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \dots + vx^1 = 0$$

equazione ordinata omogenea ( potenze decrescenti ) e incompleta ( mancanza del termine noto )

## EQUAZIONI FATTORIALI

Si ottengono applicando le regole della scomposizione alle equazioni di grado superiore al secondo.

Es.  $P^n(x) = 0 \Rightarrow A(x) \cdot B(x) \cdot C(x) \cdot \dots \cdot Z(x) = 0$

Es. risolvere :  $x^3 - 3x^2 + x - 3 = 0$

Applicando le regole della scomposizione abbiamo :

$$x^2(x-3) + 1(x-3) = 0 \quad \text{raccogl. parziale o successivo}$$

$$(x-3) \cdot (x^2 + 1) = 0$$

$A(x) \cdot B(x) = 0$  quindi un'equazione fattoriale altro non è che il prodotto di due o più fattori (rappresentati da singoli polinomi).

E' del tutto evidente che un prodotto di due o più fattori è nullo se almeno uno dei fattori lo è. Quindi risolveremo un'equazione fattoriale discutendo l'annullamento di ogni singolo fattore.

Tale procedimento deriva dalla cosiddetta **LEGGE DELL'ANNULLAMENTO DEL PRODOTTO.**

$$A(x) = 0$$

$$B(x) = 0$$

Riprendendo l'esempio sopra avremo che :

$$(x-3) \cdot (x^2 + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} (x-3) = 0 \Rightarrow x = 3 \\ (x^2 + 1) = 0 \Rightarrow x^2 = -1 \end{cases} \quad \forall x \in \mathfrak{R} \quad (\text{nessuna soluzione reale})$$

Altro Es. risolvere :  $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$  equaz. di 3° grado

tramite Ruffini :  $(x-1) \cdot (x-1) \cdot (x-1) = 0$

$$A(x) \cdot B(x) \cdot C(x) = 0 \quad \begin{cases} (x-1) = 0 \Rightarrow x = 1 \\ (x-1) = 0 \Rightarrow x = 1 \\ (x-1) = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

Equivalentemente :  $(x-1)^3 = 0 \Rightarrow x-1=0 \Rightarrow x=1$  (radice o soluzione tripla)

## EQUAZIONI BIQUADRATICHE

Un caso particolare di equazione di grado superiore al 2° è dato da un polinomio di 4° grado mancante dei termini di grado dispari ; tale tipo di equazione viene chiamata **biquadratica** .

Simbolicamente assumerà la forma  $ax^4 + bx^2 + c = 0$

La risoluzione di tale tipo di equazione avverrà tramite il metodo di sostituzione :

dopo aver posto  $x^2 = t$  andremo a risolvere una semplice equazione di 2° grado ; avremo dunque alla fine i corrispondenti valori di  $t$  che dovranno essere risostituiti nella condizione posta inizialmente per risolvere l'equazione pura corrispondente .

Es: risolvere :  $3x^4 - 2x^2 - 1 = 0$

$$3x^4 - 2x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = t \Rightarrow 3t^2 - 2t - 1 = 0 \Rightarrow t_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{6} = \begin{cases} t_1 = -\frac{1}{3} \\ t_2 = 1 \end{cases}$$

e di qui si ha :

$$\begin{cases} x^2 = -\frac{1}{3} \Rightarrow \forall x \in \mathfrak{R} \\ x^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = +1 \end{cases} \end{cases}$$

## EQUAZIONI BINOMIE

Un tipo di equazione di grado superiore al 2° costituita da un polinomio di soli due termini ( binomio ) definisce quella che si chiama equazione **binomia** .

La forma sarà del tipo  $ax^n + b = 0$

La risoluzione corretta di tale tipo di equazione avverrà tramite corrispondente equazione fattoriale .

Es: risolvere :  $x^4 - 1 = 0$

$$x^4 - 1 = 0 \Rightarrow (x^2 - 1)(x^2 + 1) = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

Es: risolvere :  $x^3 - 8 = 0$

$$x^3 - 8 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x^2 + 2x + 4) = 0 \Rightarrow x = 2$$

Es: risolvere :  $x^6 - 64 = 0$

$$x^6 - 2^6 = 0 \Rightarrow (x^2)^3 - (2^2)^3 = 0 \Rightarrow (x^2 - 4)(x^4 + 4x^2 + 16) = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

Da un punto di vista oggettivamente pratico , benchè il metodo corretto sia quello enunciato dianzi , possiamo determinare le radici reali di un'equazione binomia :

- come un'equazione di 2° grado pura ( se di indice n-pari ) ,
- come un'equazione di 1° grado , con la relativa estrazione di radice , ( se di indice n-dispari ) .

Sinteticamente :

$$ax^n + b = 0 \Rightarrow x^n = -\frac{b}{a} \Rightarrow x = \pm \sqrt[n]{-\frac{b}{a}} \quad (n - \text{pari})$$

$$ax^n + b = 0 \Rightarrow x^n = -\frac{b}{a} \Rightarrow x = \sqrt[n]{-\frac{b}{a}} \quad (n - \text{dispari})$$

Riesaminando gli esempi precedenti si ha :

$$\text{Es: risolvere : } x^4 - 1 = 0 \Rightarrow x^4 = 1 \Rightarrow x = \pm\sqrt[4]{1} \Rightarrow x = \pm 1$$

$$\text{Es: risolvere : } x^3 - 8 = 0 \Rightarrow x^3 = 8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{8} \Rightarrow x = \sqrt[3]{2^3} \Rightarrow x = 2$$

$$\text{Es: risolvere : } x^6 - 64 = 0 \Rightarrow x^6 = 64 \Rightarrow x = \pm\sqrt[6]{64} \Rightarrow x = \pm\sqrt[6]{2^6} \Rightarrow x = \pm 2$$

$$\text{Es: risolvere : } x^3 + 3 = 0 \Rightarrow x^3 = -3 \Rightarrow x = \sqrt[3]{-3} \Rightarrow x = -\sqrt[3]{3}$$

$$\text{Es: risolvere : } x^8 + 5 = 0 \Rightarrow x^8 = -5 \Rightarrow \forall x \in \mathfrak{R}$$

## EQUAZIONI FRATTE

Per equazione fratta si intende un'equazione la cui variabile ( incognita  $x$  ) compare anche al denominatore.

$$\frac{A(x)}{B(x)} = 0$$

Tale tipo di equazione si risolve considerando l'equazione formata dal solo numeratore, dopo la discussione del denominatore ( con la conseguente sua esclusione ). Sostanzialmente si applica una delle proprietà fondamentali dell'algebra : moltiplicando ambedue i termini di una uguaglianza per uno stesso numero il risultato non cambia

$$B(x) \cdot \frac{A(x)}{B(x)} = 0 \cdot B(x)$$

Posto quindi  $B(x) \neq 0$  andremo a risolvere  $A(x) = 0$

Le soluzioni finali dell'equazione saranno accettabili se e solo se compatibili con la discussione fatta inizialmente.

Es. risolvere : 
$$\frac{x^2 - 4x + 1}{x - 1} = 0$$

posto dunque  $(x - 1) \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$

risolveremo  $x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 - \sqrt{3} \\ x_2 = 2 + \sqrt{3} \end{cases}$  entrambe accettabili  
poiché diverse da 1

Es. risolvere : 
$$\frac{x^2 - 1}{x + 1} = 0$$

posto  $x + 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$

avremo  $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = +1 \\ x_2 = -1 \end{cases}$  con  $x_2$  non accett.

Quindi la sola soluzione dell'equazione data rimane  $x = 1$ .

Es. 
$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1} = 0$$

posto  $x + 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$

avremo  $x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{+3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = +2 \\ x_2 = +1 \end{cases}$  entrambe soluzioni .

NOTA : Vogliamo ricordare che le soluzioni (o radici) di un'equazione sono al massimo pari al grado dell'equazione.

ESERCIZI SULLE EQUAZIONI DI 1°GRADO

ESERCIZI SULLE EQUAZIONI BINOMIE (SPURIE)

ESERCIZI SULLE EQUAZIONI BINOMIE (PURE)

ESERCIZI SULLE EQUAZIONI DI 2°GRADO

ESERCIZI SULLE EQUAZIONI DI GRADO SUPERIORE AL 2°

ESERCIZI SULLE EQUAZIONI FRATTE

## USO DEI PULSANTI

Visualizza solo la soluzione dell'esercizio

Visualizza le soluzioni di tutti gli esercizi

Nasconde le soluzioni

Torna all'indice degli esercizi

Torna all'indice della lezione

## Risolvere le seguenti equazioni di primo grado :

1.  $3x - 5 + 2(-x + 1) = 0$

$$3x - 5 + 2(-x + 1) = 0 \Rightarrow 3x - 5 - 2x + 2 = 0 \Rightarrow x = 3$$

2.  $3 - 7(-x + 5) = 2x + 5$

$$3 - 7(-x + 5) = 2x + 5 \Rightarrow 3 + 7x - 35 = 2x + 5 \Rightarrow 7x - 2x = 35 - 3 + 5 \Rightarrow 5x = 37$$

$$\Rightarrow x = \frac{37}{5}$$

3.  $4x - 5(x - 2)(x + 2) + 2(-x + 1) = -5x^2 + 4x - 3$

$$4x - 5(x - 2)(x + 2) + 2(-x + 1) = -5x^2 + 4x - 3 \Rightarrow 4x - 5(x^2 - 4) - 2x + 2 = -5x^2 + 4x - 3$$

$$\Rightarrow 4x - 5x^2 + 20 - 2x + 2 = -5x^2 + 4x - 3 \Rightarrow 4x - 2x - 4x = -20 - 2 - 3 \Rightarrow -2x = -25$$

$$\Rightarrow x = \frac{25}{2}$$

4.  $24 + x(2 - 3x) - 5 - 3x^2 + 2(x - 8) = 2x + 4 - 9x^2$

$$24 + x(2 - 3x) - 5 - 3x^2 + 2(x - 8) = 2x + 4 - 9x^2 \Rightarrow 24 + 2x - 3x^2 - 5 - 3x^2 - 16 = 2x + 4 - 9x^2$$

$$\Rightarrow -6x^2 + 6x^2 + 2x = -24 + 5 + 16 + 4 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

5.  $x + 6 + 2(-x - 4x) = 7(-3 - 2x) - (-5 + 3x)$

$$x + 6 + 2(-x - 4x) = 7(-3 - 2x) - (-5 + 3x) \Rightarrow x + 6 - 2x - 8x = -21 - 14x + 5 - 3x$$

$$\Rightarrow x - 2x - 8x + 14x + 3x = -6 - 21 + 5 \Rightarrow 8x = -22 \Rightarrow x = -\frac{11}{4}$$

$$6. \quad \frac{x-3}{2} + 2\left(-x + \frac{5}{4}\right) = 7\left(\frac{-3x+2}{8}\right) - (-5+3x)$$

$$\frac{x-3}{2} + 2\left(-x + \frac{5}{4}\right) = 7\left(\frac{-3x+2}{8}\right) - (-5+3x) \Rightarrow \frac{x-3}{2} - 2x + \frac{5}{2} = -\frac{21}{8}x + \frac{7}{4} + 5 - 3x$$

$$\frac{4x-12-16x+20}{8} = \frac{-21x+14+40-24x}{8} \Rightarrow 4x+21x-16x+24x = +12-20+14+40$$

$$\Rightarrow 33x = 46 \Rightarrow x = \frac{46}{33}$$

$$7. \quad \frac{2-3x}{3} + \left(\frac{5x+2}{4}\right) = \left(\frac{-3x+2}{6}\right) - (+3x-3)$$

$$\frac{2-3x}{3} + \left(\frac{5x+2}{4}\right) = \left(\frac{-3x+2}{6}\right) - (+3x-3) \Rightarrow \frac{8-12x+15x+6}{12} = \frac{-6x+4-36x+36}{12}$$

$$\Rightarrow \frac{8-12x+15x+6}{12} = \frac{-6x+4-36x+36}{12} \Rightarrow -12x+15x+6x+36x = -8-6+4+36$$

$$\Rightarrow 45x = 26 \Rightarrow x = \frac{26}{45}$$

$$8. \quad +2(-x+2) + \left(\frac{x+3}{12}\right) = \left(\frac{-3x+2}{3}\right) - \left(\frac{x-2}{4}\right)$$

$$+2(-x+2) + \left(\frac{x+3}{12}\right) = \left(\frac{-3x+2}{3}\right) - \left(\frac{x-2}{4}\right) \Rightarrow \frac{-24x+48+x+3}{12} = \frac{-12x+8-3x+6}{12}$$

$$\Rightarrow -24x+x+12x+3x = -48-3+8+6 \Rightarrow -8x = -37 \Rightarrow x = \frac{37}{8}$$

$$9. \quad \frac{x-3}{5} + 4\left(-x + \frac{5}{3}\right) = 2\left(\frac{-3x-5}{15}\right) - (-2+x)$$

$$\frac{x-3}{5} + 4\left(-x + \frac{5}{3}\right) = 2\left(\frac{-3x-5}{15}\right) - (-2+x) \Rightarrow \frac{3x-9-60x+100}{15} = \frac{-6x-10+30-15x}{15}$$

$$3x-60x+6x+15x = +9-10+30-100 \Rightarrow -36x = 71 \Rightarrow x = -\frac{71}{36}$$

$$10. \quad -2\left(-3x + \frac{5}{2}\right) = (-x + 5) + 2\left(\frac{3x+2}{3}\right) - 3$$

$$-2\left(-3x + \frac{5}{2}\right) = (-x + 5) + 2\left(\frac{3x+2}{3}\right) - 3 \Rightarrow \frac{+36x - 30}{6} = \frac{-6x + 30 + 12x + 8 - 18}{6}$$

$$\Rightarrow 36x + 6x - 12x = 30 + 30 + 8 - 18 \Rightarrow 30x = 50 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

Risolvere le seguenti equazioni binomie di secondo grado, mancanti del termine noto (spurie).

11.  $x^2 + 3x = 0$

$$x^2 + 3x = 0 \Rightarrow \text{ricordando che } \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -\frac{b}{a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

12.  $5x^2 - 3x = 0$

$$5x^2 - 3x = 0 \Rightarrow \text{ricordando che } \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -\frac{b}{a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = \frac{3}{5} \end{cases}$$

13.  $x^2 - 5x = 0$

$$x^2 - 5x = 0 \Rightarrow \text{ricordando che } \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -\frac{b}{a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 5 \end{cases}$$

14.  $2x^2 + 3x = 0$

$$2x^2 + 3x = 0 \Rightarrow \text{ricordando che } \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -\frac{b}{a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

15.  $\frac{x^2}{3} - 2 = 3x + \frac{x^2 - 12}{6}$

$$\frac{x^2}{3} - 2 = 3x + \frac{x^2 - 12}{6} \Rightarrow \frac{2x^2 - 12}{6} = \frac{18x + x^2 - 12}{6} \Rightarrow 2x^2 - x^2 - 18x - 12 + 12 = 0$$

$$x^2 - 18x = 0 \Rightarrow \text{ricordando che } \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -\frac{b}{a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 18 \end{cases}$$

16.  $\frac{x^2 + 1}{3} - 1 = \frac{x^2 - 4}{6} + x$

$$\frac{x^2 + 1}{3} - 1 = \frac{x^2 - 4}{6} + x \Rightarrow \frac{2x^2 + 2 - 6}{6} = \frac{x^2 - 4 + 6x}{6} \Rightarrow 2x^2 - x^2 - 6x + 2 - 6 + 4 = 0$$

$$x^2 - 6x = 0 \Rightarrow \text{ricordando che } \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -\frac{b}{a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 6 \end{cases}$$

$$17. \quad \frac{x^2 + 2}{3} - \frac{x^2 + 1}{4} = 1 - \frac{x + 7}{12}$$

$$\frac{x^2 + 2}{3} - \frac{x^2 + 1}{4} = 1 - \frac{x + 7}{12} \Rightarrow \frac{4x^2 + 8 - 3x^2 - 3}{12} = \frac{12 - x - 7}{12} \Rightarrow 4x^2 - 3x^2 + x + 8 - 3 - 12 + 7 = 0$$

$$x^2 + x = 0 \Rightarrow \text{ricordando che } \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -\frac{b}{a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

$$18. \quad \frac{x(x-2)}{4} + \frac{x-4}{3} = \frac{x-3}{2} + \frac{x+1}{6}$$

$$\frac{x(x-2)}{4} + \frac{x-4}{3} = \frac{x-3}{2} + \frac{x+1}{6} \Rightarrow \frac{3x^2 - 6x + 4x - 16}{12} = \frac{6x - 18 + 2x + 2}{12} \Rightarrow 3x^2 - 10x = 0$$

$$3x^2 - 10x = 0 \Rightarrow \text{ricordando che } \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -\frac{b}{a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = \frac{10}{3} \end{cases}$$

$$19. \quad \frac{(x+3)(x-2)}{4} + \frac{(x-1)(x+1)}{5} = \frac{(x+1)(x-17)}{10}$$

$$\begin{aligned} \frac{(x+3)(x-2)}{4} + \frac{(x-1)(x+1)}{5} &= \frac{(x+1)(x-17)}{10} \Rightarrow \frac{5(x+3)(x-2)}{20} + \frac{4(x-1)(x+1)}{20} = \frac{2(x+1)(x-17)}{20} \\ \Rightarrow \frac{5(x^2 - 2x + 3x - 6)}{20} + \frac{4(x^2 - 1)}{20} &= \frac{2(x^2 - 17x + x - 17)}{20} \Rightarrow 5(x^2 + x - 6) + 4x^2 - 4 = 2(x^2 - 16x - 17) \\ \Rightarrow 5x^2 + 5x - 30 + 4x^2 - 4 - 2x^2 + 32x + 34 &= 0 \Rightarrow 7x^2 + 37x = 0 \end{aligned}$$

$$7x^2 + 37x = 0 \Rightarrow \text{ricordando che } \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -\frac{b}{a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -\frac{37}{7} \end{cases}$$

$$20. \quad \frac{(x-1)^2}{2} - \frac{3+x}{6} = \frac{x^2-2}{4} + \frac{1}{2}(3x+1)$$

$$\frac{(x-1)^2}{2} - \frac{3+x}{6} = \frac{x^2-2}{4} + \frac{1}{2}(3x+1) \Rightarrow \frac{6(x-1)^2 - 6 - 2x}{12} = \frac{3x^2 - 6 + 6(3x+1)}{12}$$

$$\Rightarrow 6x^2 - 12x + 6 - 6 - 2x = 3x^2 - 6 + 18x + 6 \Rightarrow 6x^2 - 3x^2 - 12x - 2x - 18x = 0$$

$$3x^2 - 32x = 0 \Rightarrow \text{ricordando che } \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -\frac{b}{a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = \frac{32}{3} \end{cases}$$

**Risolvere le seguenti equazioni binomie di secondo grado (pure) :**

**21.**  $x^2 - 9 = 0$

$$x^2 - 9 = 0 \Rightarrow \text{ricordando che } \left\{ x_{1/2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}} \text{ se } \begin{cases} a > 0, c < 0 \\ a < 0, c > 0 \end{cases} \right.$$

$$x_{1/2} = \pm 3$$

**22.**  $4x^2 - 49 = 0$

$$4x^2 - 49 = 0 \Rightarrow \text{ricordando che } \left\{ x_{1/2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}} \text{ se } \begin{cases} a > 0, c < 0 \\ a < 0, c > 0 \end{cases} \right.$$

$$x_{1/2} = \pm \frac{7}{2}$$

**23.**  $-36 + 4x^2 = 0$

$$-36 + 4x^2 = 0 \Rightarrow \text{ricordando che } \left\{ x_{1/2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}} \text{ se } \begin{cases} a > 0, c < 0 \\ a < 0, c > 0 \end{cases} \right.$$

$$x_{1/2} = \pm 3$$

**24.**  $8x^2 - 64 = 0$

$$8x^2 - 64 = 0 \Rightarrow \text{ricordando che } \left\{ x_{1/2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}} \text{ se } \begin{cases} a > 0, c < 0 \\ a < 0, c > 0 \end{cases} \right.$$

$$x_{1/2} = \pm 2\sqrt{2}$$

**25.**  $-x^2 + 16 = 0$

$$-x^2 + 16 = 0 \Rightarrow \text{ricordando che } \left\{ x_{1/2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}} \text{ se } \begin{cases} a > 0, c < 0 \\ a < 0, c > 0 \end{cases} \right.$$

$$x_{1/2} = \pm 4$$

26.  $25x^2 - 9 = 0$

$$25x^2 - 9 = 0 \Rightarrow \text{ricordando che } \left\{ x_{1/2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}} \right. \text{ se } \begin{cases} a > 0, c < 0 \\ a < 0, c > 0 \end{cases}$$

$$x_{1/2} = \pm \frac{3}{5}$$

27.  $-49x^2 - 16 = 0$

$$-49x^2 - 16 = 0 \Rightarrow \text{ricordando che } \left\{ x_{1/2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}} \right. \text{ se } \begin{cases} a > 0, c < 0 \\ a < 0, c > 0 \end{cases}$$

$$\forall x \in \mathfrak{R}$$

28.  $48x^2 - 4 = 0$

$$48x^2 - 4 = 0 \Rightarrow \text{ricordando che } \left\{ x_{1/2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}} \right. \text{ se } \begin{cases} a > 0, c < 0 \\ a < 0, c > 0 \end{cases}$$

$$x_{1/2} = \pm \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

29.  $121x^2 + 9 = 0$

$$121x^2 + 9 = 0 \Rightarrow \text{ricordando che } \left\{ x_{1/2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}} \right. \text{ se } \begin{cases} a > 0, c < 0 \\ a < 0, c > 0 \end{cases}$$

$$\forall x \in \mathfrak{R}$$

30.  $-x^2 + 1 = 0$

$$48x^2 - 4 = 0 \Rightarrow \text{ricordando che } \left\{ x_{1/2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}} \right. \text{ se } \begin{cases} a > 0, c < 0 \\ a < 0, c > 0 \end{cases}$$

$$x_{1/2} = \pm 1$$

## Risolvere le seguenti equazioni di secondo grado ( complete )

31.  $x^2 - 5x + 6 = 0$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow \text{poich\`e } \Delta = 1 > 0 \text{ si ha: } x_{1/2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

32.  $x^2 + 8x + 12 = 0$

$$x^2 + 8x + 12 = 0 \Rightarrow \text{poich\`e } \frac{\Delta}{4} = 4 > 0 \text{ si ha: } x_{1/2} = -4 \pm \sqrt{4} = \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = -6 \end{cases}$$

33.  $x^2 + 10x + 21 = 0$

$$x^2 + 10x + 21 = 0 \Rightarrow \text{poich\`e } \frac{\Delta}{4} = 4 > 0 \text{ si ha: } x_{1/2} = -5 \pm \sqrt{4} = \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = -7 \end{cases}$$

34.  $-x^2 + 5x - 6 = 0$

$$-x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow \text{poich\`e } \Delta = 1 > 0 \text{ si ha: } x_{1/2} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{-2} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

35.  $x^2 + 5x + 7 = 0$

$$x^2 + 5x + 7 = 0 \Rightarrow \text{poich\`e } \Delta = -3 < 0 \text{ si ha: } \forall x \in \mathfrak{R}$$

36.  $x^2 - x - 6 = 0$

$$x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow \text{poich\`e } \Delta = 25 > 0 \text{ si ha: } x_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

37.  $x^2 - 8x + 9 = 0$

$$x^2 - 8x + 9 = 0 \Rightarrow \text{poich\`e } \frac{\Delta}{4} = 7 > 0 \text{ si ha: } x_{1/2} = 4 \pm \sqrt{7} = \begin{cases} x_1 = 4 + \sqrt{7} \\ x_2 = 4 - \sqrt{7} \end{cases}$$

38.  $\frac{x-1}{3} - \frac{3}{2}x = x^2 - 1$

$$\frac{x-1}{3} - \frac{3}{2}x = x^2 - 1 \Rightarrow \frac{2x-2-9x}{6} = \frac{6x^2-6}{6} \Rightarrow 6x^2 + 7x - 4 = 0$$

$$6x^2 + 7x - 4 = 0 \Rightarrow \text{poichè } \Delta = 145 > 0 \text{ si ha: } x_{\frac{1}{2}} = \frac{-7 \pm \sqrt{145}}{12} = \begin{cases} x_1 = \frac{-7 + \sqrt{145}}{12} \\ x_2 = \frac{-7 - \sqrt{145}}{12} \end{cases}$$

$$39. \quad \frac{2x-1}{4} - \frac{3x+2}{2} = x^2$$

$$\frac{2x-1}{4} - \frac{3x+2}{2} = x^2 \Rightarrow \frac{2x-1-6x-4}{4} = \frac{4x^2}{4} \Rightarrow 4x^2 + 4x + 5 = 0$$

$$4x^2 + 4x + 5 = 0 \Rightarrow \text{poichè } \frac{\Delta}{4} = -16 < 0 \text{ si ha: } \forall x \in \mathfrak{R}$$

$$40. \quad \frac{5-3x^2}{6} - x = \frac{2-3x}{4}$$

$$\frac{5-3x^2}{6} - x = \frac{2-3x}{4} \Rightarrow \frac{10-6x^2-12x}{12} = \frac{6-9x}{12} \Rightarrow 6x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$6x^2 + 3x - 4 = 0 \Rightarrow \text{poichè } \Delta = 105 > 0 \text{ si ha: } x_{\frac{1}{2}} = \frac{-3 \pm \sqrt{105}}{12} = \begin{cases} x_1 = \frac{-3 + \sqrt{105}}{12} \\ x_2 = \frac{-3 - \sqrt{105}}{12} \end{cases}$$

Risolvere le seguenti equazioni di grado superiore al secondo :

41.  $x^3 - 2x + 1 = 0$

Applicando Ruffini si ha :

$$\begin{array}{r|rrr|r}
 & +1 & 0 & -2 & +1 \\
x = +1 & & +1 & +1 & -1 \\
\hline
 & +1 & +1 & -1 & 0
 \end{array}$$

$(x-1)(x^2 + x - 1) = 0$  che per l'appunto definisce una equazione fattoriale .

da cui :

$$\begin{cases} x-1=0 \\ x^2+x-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2+x-1=0 \Rightarrow \Delta=5 > 0 \Rightarrow x_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases} = \begin{cases} x_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ x_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

e quindi riassumendo le soluzioni sono :  $\left( 1; \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \right)$

42.  $3x^3 - 4x^2 + 1 = 0$

Applicando Ruffini si ha :

$$\begin{array}{r|rrr|r}
 & +3 & -4 & 0 & +1 \\
x = +1 & & +3 & -1 & -1 \\
\hline
 & +3 & -1 & -1 & 0
 \end{array}$$

$(x-1)(3x^2 - x - 1) = 0$  che per l'appunto definisce una equazione fattoriale .

da cui :

$$\begin{cases} x-1=0 \\ 3x^2-x-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ 3x^2-x-1=0 \Rightarrow \Delta=13>0 \Rightarrow x_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{6} \end{cases} = \begin{cases} x_1 = \frac{1+\sqrt{13}}{6} \\ x_2 = \frac{1-\sqrt{13}}{6} \end{cases}$$

e quindi riassumendo le soluzioni sono :  $\left(1; \frac{1 \pm \sqrt{13}}{6}\right)$

43.  $x^4 - 2x^2 + 1 = 0$

Applicando Ruffini si ha :

	+1	0	-2	0	+1
$x = +1$		+1	+1	-1	-1
	+1	+1	-1	-1	0

$$(x-1)(x^3+x^2-x-1)=0 \Rightarrow (x-1)[x^2(x+1)-(x+1)]=0 \Rightarrow (x-1)(x+1)(x^2-1)=0$$

che per l'appunto definisce una equazione fattoriale .

$$\text{da cui : } \begin{cases} x-1=0 \\ x+1=0 \\ x^2-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \\ x^2-1=0 \Rightarrow \Delta=4>0 \Rightarrow x_{1/2} = \pm 1 \end{cases}$$

e quindi riassumendo le soluzioni sono :  $(-1; +1)$

Avremmo potuto anche risolvere l'equazione come biquadratica :

$$x^4 - 2x^2 + 1 = 0$$

posto  $x^2 = t \Rightarrow t^2 - 2t + 1 = 0$  poichè  $\Delta = 0 \Rightarrow t_{1/2} = 1$

e risostituendo :  $x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

Sarebbe stato più semplice se da subito avessimo notato che :

$$x^4 - 2x^2 + 1 = 0 \Rightarrow (x^2 - 1)^2 = 0 \Rightarrow (x^2 - 1)(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \\ x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \end{cases}$$

**44.**  $x^3 - 2x - 21 = 0$

Applicando Ruffini si ha :

	+ 1	0	- 2	- 21
$x = + 3$		+ 3	+ 9	+ 21
	+ 1	+ 3	+ 7	0

$(x - 3)(x^2 + 3x + 7) = 0$  che per l'appunto definisce una equazione fattoriale .

da cui :  $\begin{cases} x - 3 = 0 \\ x^2 + 3x + 7 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x^2 + 3x + 7 = 0 \Rightarrow \Delta = -19 < 0 \Rightarrow \forall x \in \mathfrak{R} \end{cases}$

e quindi riassumendo le soluzioni sono : ( 3 )

45.  $-3x^3 - 2x^2 - 16 = 0$

Applicando Ruffini si ha :

$$\begin{array}{r|rrr|r} & -3 & -2 & 0 & -16 \\ x = -2 & & +6 & -8 & +16 \\ \hline & -3 & +4 & -8 & 0 \end{array}$$

$(x+2)(-3x^2 + 4x - 8) = 0$  che per l'appunto definisce una equazione fattoriale .

da cui :  $\begin{cases} x+2=0 \\ -3x^2 + 4x - 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ 3x^2 - 4x + 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta}{4} = -20 < 0 \Rightarrow \forall x \in \mathfrak{R}$

e quindi riassumendo le soluzioni sono :  $(-2)$

46.  $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$

posto  $x^2 = t \Rightarrow t^2 - 3t + 2 = 0$  poichè  $\Delta = 1 > 0 \Rightarrow t_{1/2} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2} = \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = 1 \end{cases}$

e risostituendo :  $\begin{cases} x^2 = 2 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{2} \\ x = \pm 1 \end{cases}$

47.  $x^3 - 2x^4 = 0$

$$x^3 - 2x^4 = 0 \Rightarrow x^3(1-2x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^3 = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ (sol. tripla)} \\ 1-2x = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

48.  $x^3 + 8 = 0$

$$\begin{aligned} x^3 + 8 = 0 &\Rightarrow x^3 + 2^3 = 0 \Rightarrow (x+2)(x^2 - 2x + 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+2 = 0 \\ x^2 - 2x + 4 = 0 \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x^2 - 2x + 4 = 0 \Rightarrow \frac{\Delta}{4} = -3 < 0 \Rightarrow \forall x \in \mathfrak{R} \end{cases} \end{aligned}$$

molto più semplicemente :

$$x^3 + 8 = 0 \Rightarrow x^3 = -8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{-8} \Rightarrow x = \sqrt[3]{-2^3} \Rightarrow x = -2$$

49.  $x^4 - 16 = 0$

$$\begin{aligned} x^4 - 16 = 0 &\Rightarrow (x^2)^2 - 4^2 = 0 \Rightarrow (x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ x^2 + 4 = 0 \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} x_{\frac{1}{2}} = \pm 2 \\ x^2 + 4 = 0 \Rightarrow \Delta = -4 < 0 \Rightarrow \forall x \in \mathfrak{R} \end{cases} \end{aligned}$$

molto più semplicemente :

$$x^4 - 16 = 0 \Rightarrow x^4 = 16 \Rightarrow x = \pm \sqrt[4]{16} \Rightarrow x = \pm \sqrt[4]{2^4} \Rightarrow x = \pm 2$$

50.  $x^5 + 1 = 0$

$$x^5 + 1 = 0 \Rightarrow x^5 = -1 \Rightarrow x = \sqrt[5]{-1} \Rightarrow x = -1$$

Risolvere le seguenti equazioni fratte :

$$51. \quad \frac{x^2 - 3x}{2x} - \frac{x-2}{x-1} = 0$$

$$\frac{x^2 - 3x}{2x} - \frac{x-2}{x-1} = 0 \Rightarrow \frac{(x^2 - 3x)(x-1) - 2x(x-2)}{2x(x-1)} = 0 \Rightarrow \frac{x^3 - x^2 - 3x^2 + 3x - 2x^2 + 4x}{2x(x-1)} = 0$$

$$\frac{x^3 - 6x^2 + 7x}{2x(x-1)} = 0 \Rightarrow \text{posto } 2x(x-1) \neq 0 \quad \begin{cases} 2x \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \\ x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \end{cases} \quad \text{si ha: } x^3 - 6x^2 + 7x = 0$$

$$x^3 - 6x^2 + 7x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 6x + 7) = 0 \quad \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 6x + 7 = 0 \Rightarrow x_{1/2} = 3 \pm \sqrt{2} \end{cases}$$

e quindi le soluzioni sono:  $\left(x_{1/2} = 3 \pm \sqrt{2}\right)$

$$52. \quad \frac{3x+1}{x^2-x} = \frac{4}{x-1}$$

$$\frac{3x+1}{x^2-x} = \frac{4}{x-1} \Rightarrow \frac{3x+1}{x(x-1)} = \frac{4}{x-1} = 0 \Rightarrow \frac{3x+1}{x(x-1)} = \frac{4x}{x(x-1)} \Rightarrow \frac{3x+1-4x}{x(x-1)} = 0$$

$$\frac{1-x}{x(x-1)} = 0 \Rightarrow \text{posto } x(x-1) \neq 0 \quad \begin{cases} x \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \\ x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \end{cases} \quad \text{si ha: } 1-x=0 \Rightarrow x=1$$

e quindi le soluzioni sono:  $(\forall x \in \mathfrak{R})$

$$53. \quad \frac{-2x+2}{x} + 4x = \frac{x+2}{2}$$

$$\frac{-2x+2}{x} + 4x = \frac{x+2}{2} \Rightarrow \frac{-4x+4+8x^2}{2x} = \frac{x^2+2x}{2x} \Rightarrow \frac{8x^2-x^2-4x-2x+4}{2x} = 0$$

$$\frac{7x^2-6x+4}{2x} = 0 \Rightarrow \text{posto } 2x \neq 0 \quad \{2x \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \quad \text{si ha: } 7x^2-6x+4=0$$

$$\Rightarrow 7x^2-6x+4=0 \quad \text{e poichè } \Delta = -19 < 0 \Rightarrow \forall x \in \mathfrak{R}$$

$$54. \quad 3x - \frac{3x-1}{-x+1} = \frac{3-x}{2}$$

$$3x - \frac{3x-1}{-x+1} = \frac{3-x}{2} \Rightarrow \frac{6x(1-x) - 2(3x-1)}{2(1-x)} = \frac{(3-x)(1-x)}{2(1-x)} \Rightarrow \frac{6x-6x^2-6x+2}{2(1-x)} = \frac{3-4x+x^2}{2(1-x)}$$

$$\frac{7x^2-4x+1}{2(1-x)} = 0 \Rightarrow \text{posto } 1-x \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \quad \text{si ha: } 7x^2-4x+1=0$$

$$\Rightarrow 7x^2-4x+1=0 \quad \text{e poichè } \frac{\Delta}{4} = -3 < 0 \Rightarrow \forall x \in \mathfrak{R}$$

$$55. \quad \frac{x}{2x-4} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{x}{2x-4} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{x(x+1) - 2(x-2)(x-1)}{2(x-2)(x+1)} = \frac{5(x-2)(x+1)}{2(x-2)(x+1)}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2+x-2(x^2-3x+2)}{2(x-2)(x+1)} = \frac{5(x^2-x-2)}{2(x-2)(x+1)} \Rightarrow \frac{-6x^2+12x+6}{2(x-2)(x+1)} = 0 \Rightarrow \text{posto } (x-2)(x+1) \neq 0$$

$$\Rightarrow x \neq 2, \quad x \neq -1 \quad \text{si ha: } -6x^2+12x+6=0 \quad \text{e poichè } \frac{\Delta}{4} = 2 > 0 \Rightarrow x_{\frac{1}{2}} = 1 \pm \sqrt{2}$$

e quindi le soluzioni sono:  $\left( x_{\frac{1}{2}} = 1 \pm \sqrt{2} \right)$

$$56. \quad \frac{3-x}{x} + \frac{5x+2}{x^2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{3-x}{x} + \frac{5x+2}{x^2} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{2x(3-x) + 2(5x+2)}{2x^2} = \frac{3x^2}{2x^2} \Rightarrow \frac{6x - 2x^2 + 10x + 4}{2x^2} = \frac{3x^2}{2x^2}$$

$$\frac{5x^2 - 16x - 4}{2x^2} = 0 \Rightarrow \text{posto } 2x^2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \text{ si ha: } 5x^2 - 16x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow 5x^2 - 16x - 4 = 0 \text{ e poichè } \frac{\Delta}{4} = 84 > 0 \Rightarrow x_{1/2} = \frac{8 \pm 2\sqrt{21}}{5} = \begin{cases} x_1 = \frac{8 + 2\sqrt{21}}{5} \\ x_2 = \frac{8 - 2\sqrt{21}}{5} \end{cases}$$

e quindi le soluzioni sono:  $\left( x_{1/2} = \frac{8 \pm 2\sqrt{21}}{5} \right)$

$$57. \quad \frac{x+3}{x-3} - \frac{1}{2x} = 2$$

$$\frac{x+3}{x-3} - \frac{1}{2x} = 2 \Rightarrow \frac{2x(x+3) - (x-3)}{2x(x-3)} = \frac{4x(x-3)}{2x(x-3)} \Rightarrow \frac{2x^2 + 6x - x + 3}{2x(x-3)} = \frac{4x^2 - 12x}{2x(x-3)}$$

$$\frac{2x^2 - 17x - 3}{2x(x-3)} = 0 \Rightarrow \text{posto } 2x(x-3) \neq 0 \Rightarrow x \neq 0, x \neq 3 \text{ si ha: } 2x^2 - 17x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 17x - 3 = 0 \text{ e poichè } \Delta = 313 > 0 \Rightarrow x_{1/2} = \frac{17 \pm \sqrt{313}}{4} = \begin{cases} x_1 = \frac{17 + \sqrt{313}}{4} \\ x_2 = \frac{17 - \sqrt{313}}{4} \end{cases}$$

e quindi le soluzioni sono:  $\left( x_{1/2} = \frac{17 \pm \sqrt{313}}{4} \right)$

$$58. \quad \frac{4-x}{x-3} = \frac{3}{4} - \frac{3}{4-x}$$

$$\frac{4-x}{x-3} = \frac{3}{4} - \frac{3}{4-x} \Rightarrow \frac{4(4-x)^2}{4(4-x)(x-3)} = \frac{3(x-3)(4-x) - 12(x-3)}{4(4-x)(x-3)} \Rightarrow \frac{4(16-8x+x^2)}{4(4-x)(x-3)} = \frac{-3x^2+9x}{4(4-x)(x-3)}$$

$$\frac{7x^2-41x+64}{4(4-x)(x-3)} = 0 \Rightarrow \text{posto } (4-x)(x-3) \neq 0 \Rightarrow x \neq 4, \quad x \neq 3 \text{ si ha: } 7x^2-41x+64=0$$

$$\Rightarrow 7x^2-41x+64=0 \text{ e poichè } \Delta = -111 < 0 \Rightarrow \forall x \in \mathfrak{R}$$

$$59. \quad \frac{2-x}{x^2+2x+1} - \frac{4-x}{x+1} = 1$$

$$\frac{2-x}{x^2+2x+1} - \frac{4-x}{x+1} = 1 \Rightarrow \frac{2-x-(4-x)(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{(x+1)^2}{(x+1)^2} \Rightarrow \frac{2-x+4x^2-3x-4}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x+1}{(x+1)^2}$$

$$\frac{3x^2-6x-3}{(x+1)^2} = 0 \Rightarrow \text{posto } (x+1)^2 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1 \text{ si ha: } 3x^2-6x-3=0$$

$$\Rightarrow x^2-2x-1=0 \text{ e poichè } \frac{\Delta}{4} = 2 > 0 \Rightarrow x_{\frac{1}{2}} = 1 \pm \sqrt{2}$$

e quindi le soluzioni sono:  $\left( x_{\frac{1}{2}} = 1 \pm \sqrt{2} \right)$

$$60. \quad \frac{x+9}{x+3} - 2 = \frac{4x}{2-x}$$

$$\frac{x+9}{x+3} - 2 = \frac{4x}{2-x} \Rightarrow \frac{(2-x)(x+9) - 2(2-x)(x+3)}{(2-x)(x+3)} = \frac{4x(x+3)}{(2-x)(x+3)} \Rightarrow \frac{x^2-5x+6}{(2-x)(x+3)} = \frac{4x^2+12x}{(2-x)(x+3)}$$

$$\frac{3x^2+17x-6}{(2-x)(x+3)} = 0 \Rightarrow \text{posto } (2-x)(x+3) \neq 0 \Rightarrow x \neq 2, \quad x \neq -3 \text{ si ha: } 3x^2+17x-6=0$$

$$\Rightarrow 3x^2+17x-6=0 \text{ e poichè } \Delta = 361 > 0 \Rightarrow x_{\frac{1}{2}} = \frac{-17 \pm \sqrt{361}}{6} = \begin{cases} x_1 = \frac{1}{3} \\ x_2 = -6 \end{cases}$$

e quindi le soluzioni sono:  $\left( x_1 = \frac{1}{3}, \quad x_2 = -6 \right)$