

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 1 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

EQUAZIONI E DISEQUAZIONI ESPONENZIALI

Facoltà di Ingegneria - Università della Calabria

Abstract

Lo scopo di questo lavoro è quello di fornire all'utente uno strumento per verificare il suo grado di preparazione relativamente alle EQUAZIONI E DISEQUAZIONI ESPO-
NENZIALI.

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 2 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

Contenuti

1	Equazioni esponenziali	3
2	Disequazioni esponenziali	7
	Riferimenti teorici	13

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 3 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

1. Equazioni esponenziali

In questa sezione sono presentati esercizi a risposta multipla che riguardano le equazioni esponenziali

Ogni domanda prevede risposte diverse, una soltanto è quella corretta. Per cominciare un qualsiasi esercizio, bisogna selezionarlo cliccando su "Inizio test" e dunque cliccare sulla casellina che si ritiene corrisponda alla risposta corretta.

Alla fine dell'esercizio, cliccando su "Fine test" il programma procederà ad indicare il numero di risposte corrette date ed eventualmente a correggere quelle errate.

Inizio Quiz

1. Per quali valori di x si ha $2^x = 0$?

- (a) $x=0$
- (b) $x=1$
- (c) Ogni $x \in \mathbb{R}$
- (d) Nessun $x \in \mathbb{R}$

2. Qual'è la soluzione dell'equazione esponenziale $4^x = 8$?

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 4 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

- (a) $x = \frac{3}{2}$
- (b) $x = 1$
- (c) $x = 3$
- (d) $x = \frac{2}{3}$

3. Trovare le soluzioni dell'equazione esponenziale $3^{2-8x} = 9^{3x+1}$

- (a) $x = -7$
- (b) $x = 0$
- (c) $x = \frac{1}{11}$
- (d) $x = \frac{1}{7}$

4. Per quale valore di x si ha:

$$a^{2x-1} + a^{2x+1} = a^3 + a^5?$$

- (a) $x = -2$
- (b) $x = 2$
- (c) Per nessun valore di x
- (d) Per tutti i valori di x

5. Risolvere l'equazione

$$2^{x+3} = 64 \cdot 3^{x-3}$$

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 5 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

- (a) $x=-3$
- (b) $x = \frac{1}{3}$
- (c) $x=3$
- (d) $x = -\frac{1}{3}$

6. Risolvere l'equazione esponenziale:
 $2^{\sqrt{x}+2} + 2^{2-\sqrt{x}} = 17$

- (a) $x=-4$
- (b) $x = \frac{1}{4}$
- (c) $x=4$
- (d) L'equazione è impossibile

7. Qual'è la soluzione dell'equazione:

$$3^{x-1} = 7^{1+x}$$

- (a) L'equazione è impossibile
- (b) $x = \frac{\log 7 + \log 3}{\log 3 - \log 7}$
- (c) $x=1$
- (d) $x = \frac{\log 7 - \log 3}{\log 3 + \log 7}$

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 6 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

8. Per quale valore della variabile x risulta: $5^{2x} \cdot 3^{3x+1} = 2025$

(a) $x=1$

(b) $x=0$

(c) $x = \frac{3 \log 3 + 2 \log 5}{2 \log 5 - 3 \log 3}$

(d) Nessuna delle risposte precedenti è corretta

Fine Quiz

Se hai risposto erroneamente alle domande puoi verificare la tua preparazione consultando pagine teoriche relative agli argomenti trattati in questa sezione del test.

Per visualizzare le pagine teoriche clicca su

RIFERIMENTI TEORICI

RIFERIMENTI TEORICI 1. Vai alle pagine di teoria

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 7 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

2. Disequazioni esponenziali

In questa sezione sono presentati esercizi a risposta multipla che riguardano le disequazioni esponenziali.

Ogni domanda prevede risposte diverse, una soltanto è quella corretta. Per cominciare un qualsiasi esercizio, bisogna selezionarlo cliccando su "Inizio test" e dunque cliccare sulla casellina che si ritiene corrisponda alla risposta corretta.

Alla fine dell'esercizio, cliccando su "Fine test" il programma procederà ad indicare il numero di risposte corrette date ed eventualmente a correggere quelle errate.

Inizio Quiz

1. Qual'è la soluzione della disequazione esponenziale

$$2^{-2x} - 4 \cdot 2^x \geq 0$$

- (a) $x \leq \frac{3}{2}$
- (b) $x \leq -\frac{2}{3}$
- (c) $x \geq \frac{3}{2}$
- (d) $x \geq -\frac{2}{3}$

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 8 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

2. Quali valori di x soddisfano la disequazione:

$$\frac{1}{2^{2x}} - \frac{1}{2^x} \geq 0$$

(a)

$$x \leq 0$$

(b)

$$x \geq 0$$

(c)

$$x \leq 1$$

(d)

$$x > 1$$

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 9 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

3. Quando è soddisfatta la disequazione esponenziale:

$$2^{-x^2+5x} \geq 2^{-6}$$

(a)

$$-1 \leq x \leq 6$$

(b)

$$x \leq -1 \quad e \quad x \geq 6$$

(c)

$$2 \leq x \leq 3$$

(d)

$$x \leq 2 \quad e \quad x \geq 3$$

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 10 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

4. Per quali valori di x risulta verificata la disequazione:

$$3^{-\frac{7}{x}} - 3^{x+8} > 0$$

(a)

$$x \neq 0$$

(b)

$$x < -7 \quad e \quad -1 < x < 0$$

(c)

$$-7 < x < 1 \quad ed \quad x > 0$$

(d)

$$x > 0$$

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 11 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

5. Per quali valori di x risulta verificata la disequazione:

$$3^{2x} + 6 < 5 \cdot 3^x$$

(a)

$$2 < x < 3$$

(b)

$$x \leq 2 \quad e \quad x \geq 3$$

(c)

$$\log_3 2 < x < 1$$

(d)

$$x \leq \log_3 2 \quad ed \quad x \geq 1$$

Fine Quiz

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 12 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

Se hai risposto erroneamente alle domande puoi verificare la tua preparazione consultando pagine teoriche relative agli argomenti trattati in questa sezione del test.

Per visualizzare le pagine teoriche clicca su

RIFERIMENTI TEORICI

RIFERIMENTI TEORICI 2. Vai alle pagine di teoria

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 13 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

Riferimenti teorici

Riferimenti teorici 1.

Si chiama *equazione esponenziale* ogni equazione in cui l'incognita x compare come esponente di una o più potenze.

I casi più semplici di equazioni esponenziali sono due:

1 caso: $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ con $a > 0$

Si Ricorda che la condizione $a > 0$ va imposta perchè una potenza ad esponente reale ha senso solo se la base è un numero reale positivo.

Poichè in questo caso abbiamo un'uguaglianza fra due potenze con la stessa base, l'uguaglianza sussiste solo se anche gli esponenti coincidono, cioè $f(x) = g(x)$

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \quad a > 0$$

$$f(x) = g(x)$$

2 caso: $a^{f(x)} = b^{f(x)}$ con $a \neq b$ $a > 0$ $b > 0$

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 14 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

Poichè la potenza di un numero reale positivo è sempre maggiore di zero, $b^{f(x)} \neq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$, quindi posso dividere ambo i membri per $b^{f(x)}$

$$\frac{a^{f(x)}}{b^{f(x)}} = \frac{b^{f(x)}}{b^{f(x)}}$$

$$\frac{a^{f(x)}}{b^{f(x)}} = 1$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)} = 1$$

Poichè ogni numero elevato a zero fa uno, $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$, si ha:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)} = \left(\frac{a}{b}\right)^0$$
$$f(x) = 0$$

In conclusione un'equazione esponenziale del secondo tipo si risolve come:

$$a^{f(x)} = b^{f(x)}$$

$$f(x) = 0$$

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 15 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

Esercizio 1. L'equazione

$$2^x = 0$$

è impossibile perchè la potenza reale di un numero positivo è sempre positiva, $\forall x \in \mathbb{R} \quad 2^x \neq 0$

Esercizio 2

$$4^x = 8$$

$$(2^2)^x = 2^3$$

Per la proprietà delle potenze $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$, si ha $(2^2)^x = 2^{2x}$, quindi:

$$2^{2x} = 2^3$$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 16 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

Esercizio 3

$$3^{2-8x} = 9^{3x+1}$$

$$3^{2(1-4x)} = \left(3^2\right)^{3x+1}$$

Per la proprietà delle potenze $\left(a^m\right)^n = a^{m \cdot n}$, si ha:

$$3^{2(1-4x)} = 3^{2(3x+1)}$$

$$2(1-4x) = 2(3x+1)$$

$$1-4x = 3x+1$$

$$7x = 0$$

$$x = 0$$

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 17 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

Esercizio 4

$$a^{2x-1} + a^{2x+1} = a^3 + a^5$$

Per la proprietà delle potenze $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$, si ha:

$$a^{2x} \cdot a^{-1} + a^{2x} \cdot a = a^3 \cdot a^5$$

$$a^{2x}(a^{-1} + a) = a^3(1 + a^2)$$

Poichè $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, si ottiene:

$$a^{2x} \left(\frac{1}{a} + a \right) = a^3(1 + a^2)$$

$$a^{2x} \left(\frac{1 + a^2}{a} \right) = a^3(1 + a^2)$$

Al secondo membro multiplico e divido per a :

$$a^{2x} \left(\frac{1}{a} + a \right) = a^3 \cdot \frac{a}{a} \cdot (1 + a^2)$$

$$a^{2x} \left(\frac{1 + a^2}{a} \right) = a^4 \left(\frac{1 + a^2}{a} \right)$$

$$a^{2x} = a^4$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 18 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

Esercizio 5

$$2^{x+3} = 64 \cdot 3^{x-3}$$

$$2^{x+3} = 2^6 \cdot 3^{x-3}$$

Divido ambo i membri per 2^6 :

$$\frac{2^{x+3}}{2^6} = \frac{2^6}{2^6} \cdot 3^{x-3}$$

Poichè $a^{m-n} = a^m \div a^n$, si ottiene:

$$2^{x+3-6} = 3^{x-3}$$

$$2^{x-3} = 3^{x-3}$$

Dividendo ambo i membri per 3^{x-3} :

$$\frac{2^{x-3}}{3^{x-3}} = \frac{3^{x-3}}{3^{x-3}}$$

Poichè $a^n \div b^n = (a \div b)^n$, si ha:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x-3} = 1$$

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 19 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

Poichè ogni numero elevato a zero fa uno, $\left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$, quindi:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^0 =$$

$$x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 20 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

Esercizio 6

$$2^{\sqrt{x}+2} + 2^{2-\sqrt{x}} = 17$$

Bisogna imporre $x \geq 0$ perchè altrimenti \sqrt{x} non sarebbe un valore reale.

Poichè $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$, si ha:

$$2^{\sqrt{x}+2} + 2^{2-\sqrt{x}} = 17$$

$$2^{\sqrt{x}} \cdot 2^2 + 2^2 \cdot 2^{-\sqrt{x}} = 17$$

$$4 \cdot 2^{\sqrt{x}} + 4 \cdot 2^{-\sqrt{x}} = 17$$

Poichè $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, si ottiene:

$$4 \cdot 2^{\sqrt{x}} + 4 \cdot \frac{1}{2^{\sqrt{x}}} = 17$$

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine **21** di **12**

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

Pongo $y = 2^{\sqrt{x}}$, si avrà allora:

$$4y + 4 \cdot \frac{1}{y} = 17$$

$$4y + \frac{4}{y} - 17 = 0$$

$$4y^2 - 17y + 4 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{17 \pm \sqrt{289 - 64}}{8} = \frac{17 \pm 15}{8}$$

$$y_1 = \frac{17+15}{8} = \frac{32}{8} = 4;$$

Poichè $y = 2^{\sqrt{x}}$ si ha $2^{\sqrt{x}} = 4$, cioè $2^{\sqrt{x}} = 2^2$, da cui $\sqrt{x} = 2$, $x = 4$.

$$y_2 = \frac{17-15}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4};$$

Poichè $y = 2^{\sqrt{x}}$ si ha $2^{\sqrt{x}} = \frac{1}{4}$, cioè $2^{\sqrt{x}} = 4^{-1}$, da cui $2^{\sqrt{x}} = 2^{-2}$, $\sqrt{x} = -2$, impossibile.

L'unica soluzione è dunque $x = 4$

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 22 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

Equazioni esponenziali risolvibili coi logaritmi

Alcune equazioni esponenziali si possono risolvere applicando il logaritmo ad entrambi i membri e sfruttando le proprietà dei logaritmi.

Esercizio 7. Per risolvere l'equazione

$$3^{x-1} = 7^{1+x}$$

applico il logaritmo ad entrambi i membri:

$$\begin{aligned}\log 3^{x-1} &= \log 7^{1+x} \\ (x-1) \log 3 &= \log 7 + x \log 7 \\ x(\log 3 - \log 7) &= \log 7 + \log 3 \\ x &= \frac{\log 7 + \log 3}{\log 3 - \log 7}\end{aligned}$$

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 23 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

Esercizio 8. Analogamente, applicando il logaritmo

$$5^{2x} \cdot 3^{3x+1} = 2025$$

$$\log(5^{2x} \cdot 3^{3x+1}) = \log 2025$$

$$\log 5^{2x} + \log 3^{3x+1} = \log(9^2 \cdot 5^2)$$

$$2x \log 5 + (3x + 1) \log 3 = \log 3^4 + \log 5^2$$

$$2x \log 5 + 3x \log 3 + \log 3 = 4 \log 3 + 2 \log 5$$

$$x(2 \log 5 + 3 \log 3) = 3 \log 3 + 2 \log 5$$

$$x = 1$$

Per tornare alla simulazione del test clicca su

RIFERIMENTI TEORICI

[Riferimenti teorici 1](#)

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 24 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

Riferimenti teorici 2. Disequazioni esponenziali

Una *disequazione esponenziale* è una disequazione in cui l'incognita x compare come esponente di una o più potenze.

Studiando il grafico della funzione esponenziale $f(x) = a^x$ si vede che :

$$\begin{array}{lll} \text{Se } a > 1 & x \leq y & \Rightarrow a^x \leq a^y \\ & x \geq y & \Rightarrow a^x \geq a^y \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{Se } 0 < a < 1 & x \leq y & \Rightarrow a^x \geq a^y \\ & x \geq y & \Rightarrow a^x \leq a^y \end{array}$$

Tenendo conto di questi schemi è possibile trasformare una disequazione esponenziale in una disequazione di altro tipo.

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 25 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

Esercizi

Esercizio 9

$$2^{-2x} - 4 \cdot 2^x \geq 0$$

$$2^{-2x} - 2^2 \cdot 2^x \geq 0$$

$$2^{-2x} \geq 2^2 \cdot 2^x$$

$$2^{-2x} \geq 2^{x+2}$$

La base 2 (che è maggiore di 1) quindi passando alla disequaglianza tra gli esponenti non si deve cambiare il verso.

$$-2x \geq 2 + x$$

$$3x + 2 \leq 0$$

$$x \leq -\frac{2}{3}$$

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 26 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

Esercizio 10

$$\begin{aligned}\frac{1}{2^{2x}} - \frac{1}{2^x} &\geq 0 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} - \left(\frac{1}{2}\right)^x &\geq 0 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} &\geq \left(\frac{1}{2}\right)^x\end{aligned}$$

La base $\frac{1}{2}$ (che è compresa fra 0 e 1) quindi passando alla disuguaglianza tra gli esponenti bisogna cambiare il verso.

$$2x \leq x$$

$$x \leq 0$$

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 27 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

Esercizio 11

$$2^{-x^2+5x} \geq 2^{-6}$$

La base 2 (che è maggiore di 1) quindi passando alla disequaglianza tra gli esponenti NON bisogna cambiare il verso.

$$-x^2 + 5x \geq -6$$

$$-x^2 + 5x + 6 \geq 0$$

$$x^2 - 5x - 6 \leq 0 \quad (\text{valori interni})$$

Le radici del polinomio sono:

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{2} = \frac{5 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = 6$$

$$x_2 = -1$$

La soluzione della disequazione è allora: $-1 \leq x \leq 6$

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 28 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

Esercizio 12

$$3^{-\frac{7}{x}} - 3^{x+8} > 0$$

NB: condizione di esistenza è $x \neq 0$

$$3^{-\frac{7}{x}} > 3^{x+8}$$

La base 3 (che è maggiore di 1) quindi passando alla disequaglianza tra gli esponenti NON bisogna cambiare il verso.

$$\begin{aligned} -\frac{7}{x} &> x + 8 \\ -\frac{7}{x} - x - 8 &> 0 \\ \frac{-7 - x^2 - 8x}{x} &> 0 \\ \frac{x^2 + 8x + 7}{x} &< 0 \end{aligned}$$

Studiamo il segno del numeratore:

$$x^2 + 8x + 7 > 0 \quad (\text{valori esterni})$$

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 29 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

Le radici del polinomio sono:

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 28}}{2} = \frac{-8 \pm 6}{2}$$

$$x_1 = -1$$

$$x_2 = -7$$

Quindi $x^2 + 8x + 7 > 0$ per $x < -7$ e $x > -1$

Studiamo il segno del denominatore: $x > 0$

Il segno della funzione sarà allora:

$$\text{Quindi : } \frac{x^2 + 8x + 7}{x} < 0 \text{ per } x < -7 \text{ e } -1 < x < 0$$

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 30 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

Esercizio 13

$$3^{2x} + 6 < 5 \cdot 3^x$$

$$\left(3^x\right)^2 + 6 - 5 \cdot 3^x < 0$$

Poniamo $y = 3^x$

$$y^2 + 6 - 5y < 0$$

$$y^2 - 5y + 6 < 0 \quad (\text{valori interni})$$

Le radici del polinomio sono:

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 3$$

Quindi $y^2 - 5y + 6 < 0$ per $2 < y < 3$

Poichè $y = 3^x$ si ha $2 < 3^x < 3$, ossia

$$\begin{cases} 2 < 3^x \\ 3^x < 3 \end{cases}$$

Home Page

Titolo della Pagina

Contenuti



Pagine 31 di 12

Indietro

Pieno Schermo

Chiudi

Esci

$$\begin{cases} 3^x > 2 \\ 3^x < 3^1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > \log_3 2 \\ x < 1 \end{cases}$$

In conclusione la soluzione è: $\log_3 2 < x < 1$

Riferimenti teorici 2