

## Esercizi

Scrivere l'equazione della retta passante per i due punti a fianco indicati:

- |  |                                 |                                    |
|--|---------------------------------|------------------------------------|
| 1. $(-1; 2);$                                | $(1; 4)$                        | S.: $x - y + 3 = 0$                |
| 2. $(1; 1);$                                 | $(0; -2)$                       | S.: $3x - y - 2 = 0$               |
| 3. $(1; 2);$                                 | $(-1; -5)$                      | S.: $7x - 2y - 3 = 0$              |
| 4. $\left(-\frac{2}{5}; 1\right);$           | $\left(0; \frac{1}{2}\right)$   | S.: $5x + 4y - 2 = 0$              |
| 5. $(-\sqrt{2}; 1);$                         | $\left(0; \frac{3}{5}\right)$   | S.: $\sqrt{2}x + 5y - 3 = 0$       |
| 6. $\left(3; \frac{25}{4}\right);$           | $\left(\frac{7}{8}; 2\right)$   | S.: $8x - 4y + 1 = 0$              |
| 7. $(3; \sqrt{3});$                          | $(0; 1)$                        | S.: $(\sqrt{3} - 1)x - 3y + 3 = 0$ |
| 8. $\left(1; \frac{3}{5}\right);$            | $(0; 0)$                        | S.: $3x - 5y = 0$                  |
| 9. $\left(\frac{1}{4}; -\frac{1}{3}\right);$ | $\left(2; -\frac{8}{3}\right)$  | S.: $4x + 3y = 0$                  |
| 10. $\left(1; \frac{3}{5}\right);$           | $\left(-10; \frac{3}{5}\right)$ | S.: $5y - 3 = 0$                   |
| 11. $(0; 4);$                                | $(5; 4)$                        | S.: $y - 4 = 0$                    |
| 12. $\left(2; \frac{1}{4}\right);$           | $(2; -8)$                       | S.: $x - 2 = 0$                    |

13. Disegnare le rette di equazione

- |                        |                     |                   |
|------------------------|---------------------|-------------------|
| a. $x - y + 1 = 0$     | $3x - y = 0$        | $4x - 2y + 1 = 0$ |
| b. $2x - 3 = 0$        | $7x - 5y + 1 = 0$   | $2x - 3y = 0$     |
| c. $\sqrt{3}x - y = 0$ | $x - \sqrt{3}y = 0$ | $8y + 5 = 0$      |
| d. $3x - 4y + 5 = 0$   | $7x - 4y + 3 = 0$   | $x + y - 4 = 0$   |

14. Determinare il coefficiente angolare della retta passante per i due punti indicati:

- |               |           |                        |
|---------------|-----------|------------------------|
| a. $(1; 1),$  | $(3; 3)$  | S.: $m = 1$            |
| b. $(2; -1),$ | $(-7; 4)$ | S.: $m = -\frac{5}{9}$ |

- |                                  |                                  |                                   |
|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|
| c. (3; 4),                       | (-1; 0)                          | S.: $m = 1$                       |
| d. (-2; -5),                     | (0; -2)                          | S.: $m = \frac{3}{2}$             |
| e. (-1; 0),                      | (3; 2)                           | S.: $m = \frac{1}{2}$             |
| f. (-4; 7),                      | (0; 8)                           | S.: $m = \frac{1}{4}$             |
| g. (1; 4),                       | ( $-\sqrt{2}$ ; 4)               | S.: $m = 0$                       |
| h. ( $\sqrt{3}$ ; -1),           | ( $\sqrt{2}$ ; +1)               | S.: $m = -2(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ |
| i. ( $\sqrt{3}$ ; $-\sqrt{5}$ ), | ( $1 + \sqrt{3}$ ; $2\sqrt{5}$ ) | S.: $m = 3\sqrt{5}$               |

15. Verificare oralmente se le seguenti coppie di rette sono parallele:

- |                                     |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|
| <del>a.</del> $2x - 3y + 1 = 0;$    | $4x - 6y + 5 = 0$        |
| b. $x - 3y = 0;$                    | $3x - y = 0$             |
| c. $x + 2y + 7 = 0;$                | $3x + 6y + 1 = 0$        |
| d. $5x - y = 0;$                    | $3x - 5y = 0$            |
| e. $\sqrt{2}x + \sqrt{3}y + 1 = 0;$ | $2x + \sqrt{6}y - 4 = 0$ |
| f. $y = 3x - 2;$                    | $6x - 2y + 1 = 0$        |
| g. $x + 5y - 7 = 0;$                | $y = -\frac{1}{5}x$      |
| h. $\sqrt{2}x = 4;$                 | $x = 1$                  |
| i. $3x - 4y = 0;$                   | $9x - 12y + 8 = 0$       |

16. Scrivere l'equazione della retta passante per il punto  $P$  e parallela alla retta  $r$  dati:

- |                          |                     |                       |
|--------------------------|---------------------|-----------------------|
| <del>a.</del> $P(1; 2);$ | $r: x - 4y + 5 = 0$ | S.: $x - 4y + 7 = 0$  |
| b. $P(0; -4);$           | $r: x = 5$          | S.: $x = 0$           |
| c. $P(1; 2);$            | $r: y = 7$          | S.: $y = 2$           |
| d. $P(-1; -4);$          | $r: x = y$          | S.: $x - y - 3 = 0$   |
| e. $P(3; 4);$            | $r: y = -4x + 9$    | S.: $y = -4x + 16$    |
| <b>f.</b> $P(5; 5);$     | $r: x + 6y - 2 = 0$ | S.: $x + 6y - 35 = 0$ |

g. $P(\sqrt{2}; -1);$	$r: \sqrt{2}x - 3y = 0$	$S.: \sqrt{2}x - 3y - 5 = 0$
h. $P\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right);$	$r: 4x + y - 2 = 0$	$S.: 8x + 2y + 5 = 0$

17. Verificare oralmente se le seguenti coppie di rette sono perpendicolari tra loro:

a. $x + 2y - 5 = 0;$	$2x - y - 7 = 0;$
b. $x + y - 5 = 0;$	$2x - 2y + 9 = 0$
c. $x - 2 = 0;$	$y + 5 = 0;$
d. $y = -4x + 11;$	$4y - x = 0$
e. $3x - 4y + 7 = 0;$	$8x + 6y + 1 = 0;$
f. $x - \sqrt{3}y = 4;$	$\sqrt{3}x + y + 4 = 0$
g. $4x + y = 0;$	$x - 4y = 0;$
h. $5x - 7y + \sqrt{5} = 0;$	$7x + 5y - 8 = 0$
i. $x = -2;$	$3y + 1 = 0;$
l. $x - 2y + 25 = 0;$	$4x + 2y - 1 = 0$
m. $\sqrt{7}x - 2y + 15 = 0;$	$4\sqrt{7}x + 7y + 1 = 0;$
n. $y = (\sqrt{2} - \sqrt{3})x;$	$y = (\sqrt{3} - \sqrt{2})x + \sqrt{5}$

18. Scrivere l'equazione della retta passante per il punto  $P$  e perpendicolare alla retta  $r$  dati:

a. $P(1; 5);$	$r: x - 4y = 0$	$S.: 4x + y - 9 = 0$
b. $P(-7; 2);$	$r: x = 3$	$S.: y = 2$
c. $P(0; 0);$	$r: x - 2y = 0$	$S.: 2x + y = 0$
d. $P(4; 6);$	$r: y = 2x$	$S.: y = -\frac{1}{2}x + 8$
e. $P(-\sqrt{5}; 8);$	$r: x + \sqrt{5} = 0$	$S.: y = 8$
f. $P(3; -4);$	$r: 3x + 2y - 1 = 0$	$S.: 2x - 3y - 18 = 0$
g. $P\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{3}\right);$	$r: x + 6y = 0$	$S.: 36x - 6y + 29 = 0$
h. $P(0; 0);$	$r: x - \sqrt{3}y + 1 = 0$	$S.: y = -\sqrt{3}x$

i. $P(-1; -3);$	$r: \sqrt{2}x + y + 1 = 0$	S.: $x - \sqrt{2}y - 3\sqrt{2} + 1 = 0$
l. $P(-4; -5);$	$r: y - 2 = 0$	S.: $x + 4 = 0$
m. $P\left(10; -\frac{1}{2}\right);$	$r: 2x + 4y - 1 = 0$	S.: $4x - 2y - 41 = 0$

19. Scrivere l'equazione del fascio  $\mathcal{F}$  di rette parallele alla retta data e del fascio  $\mathcal{F}'$  di rette perpendicolari alla retta data:

a. $x + 2y - 5 = 0$	S.: $\mathcal{F}: x + 2y + b = 0; \mathcal{F}': 2x - y + b = 0$
b. $4x - y + 5 = 0$	S.: $\mathcal{F}: 4x - y + b = 0; \mathcal{F}': y = -\frac{1}{4}x + b$
c. $x + y + 5 = 0$	S.: $\mathcal{F}: x + y + b = 0; \mathcal{F}': x - y + b = 0$
d. $y = \frac{1}{7}x + 2$	S.: $\mathcal{F}: y = \frac{1}{7}x + b; \mathcal{F}': y = -7x + b$
e. $2x + 3y + 9 = 0$	S.: $\mathcal{F}: 2x + 3y + b = 0; \mathcal{F}': 3x - 2y + b = 0$
f. $3x - \sqrt{3}y - 5 = 0$	S.: $\mathcal{F}: \sqrt{3}x - y + b = 0; \mathcal{F}': x + \sqrt{3}y + b = 0$
g. $5y = 1$	S.: $\mathcal{F}: y = b; \mathcal{F}': x = b$

20. Calcolare la distanza  $d$  del punto  $P$  dalla retta  $r$  dati:

a. $P(1; 1);$	$r: 2x - 3y - 17 = 0$	S.: $d = \frac{18}{13}\sqrt{13}$
b. $P(0; -4);$	$r: 3x + 4y - 7 = 0$	S.: $d = \frac{23}{5}$
c. $P(0; 0);$	$r: 4x - 7y + 5 = 0$	S.: $d = \frac{\sqrt{65}}{13}$
d. $P\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right);$	$r: 3x - 6y + 1 = 0$	S.: $d = \frac{2}{3\sqrt{5}}$
e. $P(0; 0);$	$r: 4x + 3y + 1 = 0$	S.: $d = \frac{1}{5}$
f. $P\left(\frac{3}{5}; -4\right);$	$r: 5x + 3y + 9 = 0$	S.: $d = 0$
g. $P\left(-\frac{1}{\sqrt{7}}; 0\right);$	$r: y = \sqrt{7}x - 2$	S.: $d = \frac{3}{2\sqrt{2}}$
h. $P(-1; 7);$	$r: x - 4 = 0$	S.: $d = 5$
i. $P\left(-\frac{11}{5}; 7\right);$	$r: y = -1$	S.: $d = 8$

## Esercizi

1. Scrivere le equazioni delle circonferenze di centro  $C$  e raggio  $r$  indicati:

- |   |                   |  |
|---|-------------------|--|
| a. $C(0; 0)$ ,                                | $r = 2$           | S.: a. $x^2 + y^2 = 4$                     |
| b. $C(-2; 0)$                                 | $r = 1$           | S.: b. $x^2 + y^2 + 4x + 3 = 0$            |
| c. $C(-1; 4)$                                 | $r = 3$           | S.: c. $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 8 = 0$       |
| d. $C\left(-2; \frac{1}{2}\right)$ ,          | $r = 1$           | S.: d. $4x^2 + 4y^2 + 16x - 4y + 13 = 0$   |
| e. $C(0; \sqrt{2})$ ,                         | $r = \sqrt{2}$    | S.: e. $x^2 + y^2 - 2\sqrt{2}y = 0$        |
| f. $C\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$ , | $r = \frac{1}{2}$ | S.: f. $16x^2 + 16y^2 - 16x - 24y + 9 = 0$ |

2. Verificare se le equazioni date rappresentano circonferenze reali; in caso affermativo determinarne centro e raggio.

- |                                    |  |                           |
|------------------------------------|--|---------------------------|
| a. $x^2 + y^2 = 9$                 | S.: a. Sì, $C(0; 0)$ ,                                 | $r = 3$                   |
| b. $x^2 + y^2 + 9 = 0$             | S.: b. No  |                           |
| c. $x^2 + y^2 - 25 = 0$            | S.: c. Sì, $C(0; 0)$ ,                                 | $r = 5$                   |
| d. $x^2 + y^2 - 4x = 0$            | S.: d. Sì, $C(2; 0)$ ,                                 | $r = 2$                   |
| e. $x^2 + y^2 - 4y = 0$            | S.: e. Sì, $C(0; 2)$ ,                                 | $r = 2$                   |
| f. $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$       | S.: f. Sì, $C(1; 1)$                                   | $r = \sqrt{2}$            |
| g. $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 25 = 0$  | S.: g. No  |                           |
| h. $x^2 + y^2 - 3x - 3y + 1 = 0$   | S.: h. Sì, $C\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$ ,  | $r = \sqrt{\frac{7}{2}}$  |
| i. $x^2 + y^2 - 4x - 8y = 0$       | S.: i. Sì, $C(2; 4)$ ,                                 | $r = 2\sqrt{5}$           |
| l. $4x^2 + 4y^2 - x = 0$           | S.: l. Sì, $C\left(\frac{1}{8}; 0\right)$ ,            | $r = \frac{1}{8}$         |
| m. $3x^2 + 3y^2 - 4x + 3y - 1 = 0$ | S.: m. Sì, $C\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{2}\right)$ , | $r = \frac{\sqrt{37}}{6}$ |
| n. $5x^2 + 5y^2 - x - y + 4 = 0$   | S.: n. No  |                           |

3. Scrivere l'equazione della circonferenza che ha per diametro il segmento  $AB$  con  $A(1; 0)$ ,  $B(3; 2)$ .  
S.:  $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 2$

4. Scrivere l'equazione della circonferenza avente centro in  $(1; 3)$  e tangente alla retta di equazione:  $4x - 5y + 1 = 0$ .  
S.:  $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = \frac{100}{41}$
5. Scrivere l'equazione della circonferenza passante per  $A(1; 4)$  e  $B(-2; 1)$  e avente il centro  $C$  sulla retta  $3x - y + 4 = 0$ . Determinare inoltre l'area del triangolo  $ABC$ .  
S.:  $x^2 + y^2 + x - 5y + 2 = 0$ ; Area = 0
6. Scrivere l'equazione della circonferenza che ha per diametro il segmento di estremi  $A(3; 4)$  e  $B(9; 12)$ .  
S.:  $x^2 + y^2 - 12x - 16y + 75 = 0$
7. Scrivere l'equazione della circonferenza passante per il punto  $(6; 4)$  e avente centro in  $(3; 0)$ .  
S.:  $x^2 + y^2 - 6x - 16 = 0$
8. Determinare l'equazione della circonferenza di centro  $C(2; 1)$  e tangente all'asse del segmento di estremi  $A(-2; 0)$  e  $B(1; 2)$ . Determinare l'area del triangolo  $ABC$ .  
S.:  $x^2 + y^2 - 4x - 2y + \frac{35}{52} = 0$ ; Area =  $\frac{5}{2}$
9. Calcolare il perimetro e l'area del rettangolo inscritto nella circonferenza di centro  $C(1; 1)$  e raggio  $\sqrt{10}$  avente un lato sulla retta  $x - 2y + 6 = 0$ .  
S.:  $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 8 = 0$ ; Perimetro =  $8\sqrt{5}$ ; Area = 20
10. Dopo aver verificato che il triangolo di vertici  $A(1; 1)$ ,  $B(3; 1)$  e  $C(2; 1 + \sqrt{3})$  è equilatero, scrivere le equazioni delle circonferenze inscritta e circoscritta al triangolo.  
S.:  $x^2 + y^2 - 4x - 2\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)y + 5 + \frac{2}{3}\sqrt{3} = 0$ ;  
 $x^2 + y^2 - 4x - 2\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)y + 4 + \frac{2}{3}\sqrt{3} = 0$
11. Dato il quadrato  $ABCD$  di vertici  $A(-1; 2)$ ,  $B(4; 2)$ ,  $C(4; 7)$  e  $D(-1; 7)$ , scrivere le equazioni delle circonferenze inscritta e circoscritta.  
S.:  $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$ ;  $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{25}{2}$
12. Dopo aver verificato che il triangolo di vertici  $A(1; -1)$ ,  $B(3; 1)$  e  $C(-1; 3)$  è isoscele, scrivere l'equazione della circonferenza ad esso circoscritta.  
S.:  $\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{50}{9}$
13. Scrivere l'equazione della circonferenza passante per i punti  $(0; 0)$ ,  $(1; 2)$  e  $(-2; 1)$ .  
S.:  $x^2 + y^2 + x - 3y = 0$
14. Scrivere l'equazione della circonferenza passante per i punti  $(1; 2)$ ,  $(3; 0)$  e  $(0; \sqrt{3})$ .  
S.:  $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$
15. Dopo aver determinato i punti  $A$  e  $B$  d'intersezione tra la circonferenza avente per centro l'origine e raggio uguale a 2 con la bisettrice del  $1^\circ$  e  $3^\circ$  quadrante, detto  $C$  uno dei due punti d'intersezione con l'asse  $y$ , determinare l'area del triangolo  $ABC$ .  
S.:  $A(-\sqrt{2}; -\sqrt{2})$ ;  $B(\sqrt{2}; \sqrt{2})$ ; Area =  $2\sqrt{2}$

16. Assegnata la circonferenza  $\mathcal{C}$  di equazione  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$  e la retta  $r$  di equazione  $y = x$ , determinare il centro  $P_0$  di  $\mathcal{C}$  e i punti  $P_1$  e  $P_2$  d'intersezione di  $r$  con  $\mathcal{C}$ . Trovare l'area del triangolo  $P_0 P_1 P_2$ .  
S.: Area =  $\frac{7}{2}$

Stabilire se la retta  $r$  è secante, tangente o esterna rispetto alla circonferenza  $\gamma$  a fianco segnata.

17. a.  $\gamma: x^2 + y^2 - 4x = 0$ ,  $r: x + 2y - 1 = 0$  S.: a. secante  
 b.  $\gamma: x^2 + y^2 - 4x = 0$ ,  $r: x - y + 4 = 0$  S.: b. esterna  
 c.  $\gamma: x^2 + y^2 - 4x = 0$ ,  $r: x + y + 2\sqrt{2} - 2 = 0$  S.: c. tangente
18. a.  $\gamma: x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$ ,  $r: x = 0$  S.: a. tangente  
 b.  $\gamma: x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$ ,  $r: y = 0$  S.: b. secante  
 c.  $\gamma: x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$ ,  $r: 2x + 3y - 6 = 0$  S.: c. secante
19. a.  $\gamma: 4x^2 + 4y^2 - 16x + 4y + 1 = 0$ ,  $r: 2x + 2y - 13 = 0$  S.: a. esterna  
 b.  $\gamma: 4x^2 + 4y^2 - 16x + 4y + 1 = 0$ ,  $r: x = 0$  S.: b. tangente  
 c.  $\gamma: 4x^2 + 4y^2 - 16x + 4y + 1 = 0$ ,  $r: x + y = 0$  S.: c. secante

Determinare le equazioni delle rette passanti per il punto  $P$  e tangenti alla circonferenza  $\gamma$  indicata a fianco:

20.  $P(1; 3)$ ,  $\gamma: x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$  S.:  $y - 3 = \pm\sqrt{3}(x - 1)$
21.  $P(3; 0)$ ,  $\gamma: x^2 + y^2 - 4y = 0$  S.:  $y = 0$ ;  $y = -\frac{12}{5}(x - 3)$
22.  $P(3; -3)$ ,  $\gamma: x^2 + y^2 - 4x + 4y + 7 = 0$  S.:  $x = 3$ ;  $y = -3$
23.  $P\left(\frac{1}{4}; \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ ,  $\gamma: 4x^2 + 4y^2 - 1 = 0$  S.:  $x + \sqrt{3}y - 1 = 0$
24.  $P(0; 0)$ ,  $\gamma: x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$  S.:  $x + 2y = 0$
25. Scrivere l'equazione della circonferenza tangente nell'origine alla retta  $3x - y = 0$  e passante per  $P\left(0; -\frac{53}{13}\right)$ .  
S.:  $x^2 + y^2 - \frac{53}{13}(3x - y) = 0$
26. Scrivere l'equazione della circonferenza avente per tangente nell'origine la bisettrice del 2° e 4° quadrante e tangente alla retta  $x = 2y - 5$ .  
S.:  $x^2 + y^2 + \frac{10}{9}(1 \pm \sqrt{10})(x + y) = 0$
27. Data la circonferenza di equazione  $x^2 + y^2 = 1$  e la retta  $r: 2x - y + 1 = 0$ , calcolare le coordinate dei loro punti d'intersezione  $A$  e  $B$ . Scrivere le equazioni delle perpen-