Dott.ssa Chiara Cinti - Docenza per l'insegnamento di
ANALISI MATEMATICA II - IEI

Corso di Laurea in INGEGNERIA INFORMATICA - IEI DM 270
della facoltà di INGEGNERIA MODENA - A.A. 2010/11

Programma delle lezioni - Totale: 120 ore di lezione

Integrali dipendenti da un parametro. Continuità e derivabilità di funzioni definite da integrali. Derivabilità nel caso in cui anche gli estremi dipendono da un parametro.

Curve e integrali curvilinei. Curve in $\mathbb{R}^N$, $N = 2, 3$. Definizioni, curve continue, equazioni parametriche, sostegno di una curva, arco, curva semplice, arco chiuso, curve piane ordinarie, curve piane in coordinate polari. Curve regolari: equazione della retta tangente, vettore e versore tangente. Vettore e versore normale nel caso di una curva piana. Lunghezza di curve di classe C^1 e C^1 a tratti. Curve equivalenti, orientazione. Ascissa curvilinea, parametrizzazione in ascissa curvilinea.

Integrale curvilineo di una funzione, suo significato geometrico. Proprietà dell'integrale curvilineo. Integrale curvilineo su curve regolari a tratti. Curve concatenate: lunghezza di curve concatenate e integrali curvilinei su curve concatenate. Baricentro di una curva piana.

Integrali multipli. Integrali doppi su domini normali di $\mathbb{R}^2$. Domini normali rispetto all'asse x e rispetto all'asse y. Area di un dominio normale in $\mathbb{R}^2$. Partizione in domini normali. Teorema di integrabilità delle funzioni continue. Definizione di integrale doppio di una funzione continua su un dominio normale. Proprietà e significato geometrico dell'integrale doppio. Formule di riduzione per gli integrali doppi. Integrali doppi su insiemi decomponibili in domini normali. Baricentro di un insieme decomponibile in domini normali. Matrice Jacobiana, determinante Jacobiano. Teorema di cambiamento di variabili negli integrali doppi. Significato geometrico del determinante Jacobiano per le trasformazioni lineari e non lineari. Cambiamento di coordinate da cartesiane a polari.

Integrali tripli su domini normali di $\mathbb{R}^3$. Domini normali rispetto ad un piano. Volume di un dominio normale in $\mathbb{R}^3$. Partizione in domini normali. Teorema di integrabilità delle funzioni continue. Definizione di integrale triplo di una funzione continua su un dominio normale. Formule di riduzione per gli integrali tripli: integrazione per fili e per strati. Teorema di cambiamento di variabili negli integrali tripli, coordinate polari cilindriche e sferiche. Primo Teorema di Guldino per il calcolo del volume di un solido di rotazione.

Campi vettoriali. Definizione di campo vettoriale in $\mathbb{R}^N$, $N = 2, 3$. Campi continui e campi di classe C^1. Integrale (o lavoro) di un campo lungo una curva orientata. Definizione di campo vettoriale conservativo e di potenziale. Teorema sull'integrazione dei campi conservativi. Teorema di caratterizzazione dei campi conservativi. Campi irrotazionali: definizione e loro relazioni con i campi conservativi. Aperti stellati e semplicemente connessi. Forme differenziali lineari: integrazione delle forme differenziali, forme differenziali esatte, forme differenziali chiuse.

Definizione di dominio regolare. Bordo orientato positivamente di un dominio regolare, integrale di un campo vettoriale su tale bordo. Formule di Gauss-Green nel piano. Teorema della divergenza nel piano. Teorema di Stokes nel piano. Formule per calcolare l'area di un dominio regolare attraverso un integrale sul suo bordo.

Superfici e integrali di superficie. Superfici in $\mathbb{R}^3$. Definizioni, superfici regolari, equazioni parametriche, sostegno di una superficie. Superfici cartesiane. Piano tangente, vettore e versore normale. Superfici orientabili e orientamento. Superfici di rotazione. Area di una superficie regolare. Secondo teorema di Guldino per il calcolo dell'area di una superficie di rotazione.

Integrale di una funzione esteso ad una superficie. Flusso di un campo vettoriale attraverso una superficie. Teorema della divergenza o di Gauss. Teorema del rotore o di Stokes.

Equazioni differenziali. Definizioni: equazioni differenziali di ordine n, equazioni in forma normale, soluzione di un'equazione differenziale. Problema di Cauchy.

Risultati di esistenza e unicità locale e globale per il problema di Cauchy. Teorema di esistenza locale di Peano. Teorema di esistenza e unicità locale di Cauchy. Teorema di esistenza e unicità globale.

Equazioni differenziali del primo ordine. Metodi risolutivi per alcune equazioni del primo ordine non lineari: equazioni a variabili separabili. Equazioni lineari del primo ordine: integrale generale dell'equazione omogenea, integrale generale dell'equazione completa, formula risolutiva del problema di Cauchy associato.

Equazioni differenziali lineari del secondo ordine. Struttura dell'integrale generale dell' equazione completa, determinante Wronskiano e soluzioni linearmente indipendenti. Metodi risolutivi nel caso delle equazioni a coefficienti costanti sia omogenee, sia complete (con il metodo di somiglianza).

Successioni e serie di funzioni. Successioni di funzioni: convergenza puntuale ed uniforme. Teoremi di continuità, integrazione e derivazione termine a termine delle successioni di funzioni.

Serie di funzioni: convergenza puntuale, uniforme e totale. M-test di Weierstrass. Teoremi di continuità, integrazione e derivazione termine a termine delle serie di funzioni.

Serie di potenze: raggio di convergenza, lemma di Abel, teoremi di Cauchy-Hadamard e di D'Alembert. Serie derivata e serie integrale di una serie di potenze.

Serie di Taylor: condizione sufficiente per la sviluppabilità in serie di Taylor di una funzione, casi particolari notevoli.

Serie di Fourier reali: convergenza puntuale ed uniforme.

Analisi complessa. Richiami sui numeri complessi: algebra e topologia dei numeri complessi, limiti e continuità di funzioni di una variabile complessa.

Calcolo differenziale per funzioni complesse di una variabile complessa. Funzioni olomorfe, condizioni di Cauchy-Riemann. Funzioni trascendenti complesse: esponenziale, logaritmo, funzioni trigonometriche e iperboliche. Serie di potenze in $\mathbb{C}$: la somma di una serie di potenze è olomorfa.

Curve complesse ed integrazione in $\mathbb{C}$: relazioni tra gli integrali complessi e gli integrali curvilinei di certi campi vettoriali. Primitiva complessa. Teorema di Cauchy e lemma di deformazione. Formule integrali di Cauchy e indice di avvolgimento.

Rappresentazione in serie di potenze delle funzioni olomorfe, e sue conseguenze: regolarità, zeri delle funzioni olomorfe, principio di identità, teorema di Liouville e teorema fondamentale dell'algebra.

Singolarità isolate delle funzioni olomorfe e loro classificazione. Residuo di una funzione olomorfa in un punto singolare isolato. Teorema dei residui e sue applicazioni per il calcolo di integrali generalizzati su $\mathbb{R}$.

Trasformate di Laplace e di Fourier. Trasformata di Laplace: definizione, ascissa e semipiano di convergenza. Principali proprietà della trasformata di Laplace: linearità, formule del ritardo, trasformazione della derivata e del prodotto di convoluzione, derivata della trasformata di Laplace. Trasformazione inversa di Laplace. Applicazioni della trasformata di Laplace alle equazioni differenziali lineari.

Cenni sulla trasformata di Fourier.

Modena,

(Dott.ssa Chiara Cinti)