

Derivate di funzioni

1. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \cos\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}\right);$
calcolare $f'(x_0)$ con $x_0 \in \mathbb{R}$, e $f'(-4\sqrt{2})$.
2. $f(x) = \frac{\sqrt{4x - 2}}{x^2 + 2x + 6};$
dopo aver determinato il dominio naturale di esistenza D di f , calcolare $f'(x_0)$ con $x_0 \in D$, e $f'(2)$.
3. $f(x) = \sqrt{x^4 - 1} - \sqrt[3]{4 - x^2};$
dopo aver determinato il dominio naturale di esistenza D di f , calcolare $f'(x_0)$ con $x_0 \in D$, e $f'(1/2)$.
4. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + \sin x \left(\frac{1}{3}\right)^x + \cos^2 x \left(\frac{1}{4}\right)^x;$
calcolare $f'(x_0)$ con $x_0 \in \mathbb{R}_+^*$, e $f'(0)$.
5. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = |3x - 2| e^{x-6};$
dopo aver determinato l'insieme D' dei punti ove f è derivabile, calcolare $f'(x_0)$ con $x_0 \in D'$, e $f'(1)$.
6. $f : (-\infty, 2) \cup (3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = e^{-|x|} \sqrt{x^2 - 5x + 6};$
dopo aver determinato l'insieme D' dei punti ove f è derivabile, calcolare $f'(x_0)$ con $x_0 \in D'$, e $f'(1)$.
7. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \sqrt{x^2 + 1 + \sqrt{x^2 + 1}};$
calcolare $f'(x_0)$ con $x_0 \in \mathbb{R}_+^*$, e $f'(1)$.
8. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 5} + \tan\left(\frac{5}{2}\pi x\right)}{2x^6 + \sqrt[3]{e^{x+2}} + 5};$
calcolare $f'(x_0)$ con $x_0 \in \mathbb{R}$, e $f'(0)$.
9. $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} x\sqrt{\ln^2 x + \sqrt{1 - x^2}}, & \text{se } x \in (0, 1], \\ 0, & \text{se } x = 0; \end{cases}$
calcolare $f'(x_0)$ con $x_0 \in (0, 1)$, e $f'(1/2)$.

10. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(1 + |x|^5)$;
dopo aver determinato l'insieme D' dei punti ove f è derivabile, calcolare $f'(x_0)$ con $x_0 \in D'$, e $f'(1)$.

1. Sia $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile e tale che $g'(0) = 3$, $g'(\frac{1}{2}) = \frac{2}{3}$. Posto

$$h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x) = g\left(\frac{1}{2} e^{-3x^2+x}\right),$$

calcolare $h'(0)$. [$\frac{1}{3}$]

2. Sia $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile e tale che $g'(-\frac{1}{\sqrt{2}}) = 5\sqrt{2}$, $g'(-\frac{5}{\sqrt{2}}) = \sqrt{2}$.
Posto

$$h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x) = g(5 \cos(3x)),$$

calcolare $h'(\frac{5}{12}\pi)$ e $h'(\frac{\pi}{4})$. [15; -15]

3. Sia $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile e tale che $g'(\sinh 1) = 0$, $g'(\frac{1}{2}(e^{\frac{\pi}{4}} - e^{-\frac{\pi}{4}})) = 2$,
 $g'(\frac{\pi}{4}) = 7$. Posto

$$h : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x) = g\left(\sinh\left(\arctan\left(\frac{1}{x}\right)\right)\right),$$

calcolare $h'(1)$. [$-\cosh\frac{\pi}{4}$]

4. Sia $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile e tale che $g'(\pi) = 8$, $g'(0) = 4$. Posto

$$h : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x) = g\left(\frac{\sin(5x)}{x}\right),$$

calcolare $h'(\pi)$. [$-\frac{20}{\pi}$]

5. Sia $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile e tale che $g'(3) = e^{18}$, $g'(e^9) = 1$, $g'(9) = e^9$.
Posto

$$h : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x) = g(\sqrt{\ln x}),$$

calcolare $h'(e^9)$. [$\frac{1}{6}e^9$]