

1. Determinare gli intervalli di convessità e concavità delle funzioni seguenti:

$$f(x) = xe^{x^2-x}, \quad f(x) = x\sqrt{1-x^2}, \quad f(x) = e^{\frac{x-1}{x+1}},$$

$$f(x) = -\frac{1}{\log(x)}, \quad f(x) = x - \cos(x) + 1,$$

$$f(x) = |x^2 - 2x| - 3, \quad f(x) = \log(4 + |x^2 - 4|)$$

$$f(x) = |\sin(3x)|^{-1/3}, \quad f(x) = \sqrt{|x-1|}$$

$$f(x) = (3x+5)e^{x-|x+1|}, \quad f(x) = x \log^2(x), \quad f(x) = \frac{\log(x)}{1 + \log(x)}$$

2. Scrivere gli sviluppi di Taylor delle funzioni seguenti nel punto indicato:

- Sviluppo di $f(x) = \sin(x)$ di punto iniziale 0 e di ordine 5,
- Sviluppo di $f(x) = \sin(x)$ di punto iniziale $\frac{\pi}{2}$ e di ordine 5,
- Sviluppo di $f(x) = \exp(x)$ di punto iniziale 0 e di ordine 5,
- Sviluppo di $f(x) = \exp(x)$ di punto iniziale 1 e di ordine 3,
- Sviluppo di $f(x) = \log(1+x^2)$ di punto iniziale 0 e di ordine 3,
- Sviluppo di $f(x) = \sqrt{x}$ di punto iniziale 2 e di ordine 2,
- Sviluppo di $f(x) = \tan x$ di punto iniziale $\frac{\pi}{4}$ e di ordine 3,
- Sviluppo di $f(x) = \cos x$ di punto iniziale π e di ordine 4,