

Nome e Cognome \_\_\_\_\_

Per ognuna delle domande seguenti indicare la risposta corretta, nell'apposito riquadro. E' obbligatorio rispondere ad almeno 5 esercizi a risposta chiusa o secca.

1) (punti 3.) Indicare quanto vale il limite seguente:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + n^8 - 1}{2^n + 3n^8}$$

3/2	<input type="checkbox"/>
1/3	<input type="checkbox"/>
0	<input type="checkbox"/>
$+\infty$	<input type="checkbox"/>

2) (punti 3.) Sia  $f : [-1, 0[ \cup ]0, 3] \rightarrow R$ , definita da

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in [-1, 0[ \\ -1 & \text{se } x \in ]0, 3]. \end{cases}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni e' vera:

$f$ é continua in 0	<input type="checkbox"/>
$f$ é continua, ma non derivabile in 0	<input type="checkbox"/>
$f$ non é continua in 0	<input type="checkbox"/>
$f$ é $C^\infty$	<input type="checkbox"/>

• E' assegnato il limite seguente:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{7(x^x - x^{\sin(x)})}{x \log(x)((1+x)^7 - 1 - 7x)}$$

3) (punti 3.) Usando eventualmente gli sviluppi seguenti:

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + o(x^3), \quad \exp(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + o(x^3)$$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \alpha(\alpha-1)\frac{x^2}{2!} + \alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\frac{x^3}{3!} + o(x^3) \text{ per } x \rightarrow 0,$$

scrivere lo sviluppo di  $x^x - x^{\sin(x)}$  al terzo ordine:

$x^x - x^{\sin(x)} =$	$+o(x^3)$ per $x \rightarrow 0$
-----------------------	---------------------------------

$+\infty$	<input type="checkbox"/>
1/18	<input type="checkbox"/>
1/3	<input type="checkbox"/>
0	<input type="checkbox"/>

4) (punti 3.) Indicare il valore del limite assegnato:

• Sia  $f : R \rightarrow R$  la funzione definita  $f(x) = \log\left(\frac{2-x^2}{|x|}\right)$ .

5) (punti 3.) Determinare la derivata di  $f$ , indicandone anche il dominio:

6) (punti 3.) Individuare gli intervalli di monotonia di  $f$

7) (punti 3.) Usando la monotonia di  $f$ , dire quante soluzioni ha l'equazione  $f(x) = 7$

8) (punti 3.) Sia  $F(x) = \int_0^x \log(|t| + 1) dt$ . Dire quali delle affermazioni

seguenti e' vera:

$F$ non e' derivabile in 0	
$F$ non e' definita per $x < 0$	
$F'(x) = \log( x  + 1)$ per ogni $x$	
$F'(x) = \log( x  + 1) \operatorname{segn}(x)$ per ogni $x$	

**Svolgere per esteso l'esercizio seguente:**

9) (punti 6.) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^3 \frac{\exp(x)}{(\exp(x) + 3)(\exp(x) + 2)^2} dx$$