

1. Determinare il massimo e minimo assoluto delle funzioni seguenti:

$$\begin{aligned}
 f &: [0, 1] \rightarrow R, & f(x) &= x^2 - x^4; \\
 f &: [-2, 2] \rightarrow R, & f(x) &= e^x |x - 1|; \\
 f &: [-1, 2] \rightarrow R, & f(x) &= \sqrt{x + 1} - x; \\
 f &: [-2, 2] \rightarrow R, & f(x) &= x^2 e^{-x}; \\
 f &: [1, 4] \rightarrow R, & f(x) &= x^2 e^{-x}; \\
 f &: [3, 5] \rightarrow R, & f(x) &= x - 2 - \sqrt{x^2 - 2x - 3}; \\
 f &: [-5, -3] \rightarrow R, & f(x) &= x - 2 - \sqrt{x^2 - 2x - 3}; \\
 f &: [e^{-1}, \sqrt{e}] \rightarrow R, & f(x) &= \log^2 x + \log x.
 \end{aligned}$$

2. Determinare in quali intervalli le seguenti funzioni sono monotone crescenti, in quali sono monotone decrescenti e i loro eventuali punti di massimo e di minimo relativo:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \frac{x^2}{x + 1}; & f(x) &= \frac{1}{x^2 - x}; & f(x) &= \frac{x^2 - 1}{x^2 - 9}; & f(x) &= \frac{\sqrt{|x^2 - 1|}}{x^2 - 4}; \\
 f(x) &= \sqrt{x^2 + x} - x; & f(x) &= x - \sqrt{|x - 3|}; & f(x) &= e^{-x^2 + |x - 2|}; & f(x) &= (3x - 1)e^{|x - 2|}. \\
 f(x) &= \log(x) - x; & f(x) &= \frac{\log(x)}{x}; & f(x) &= x \log^2(|x|); & f(x) &= \arctan(x) - \frac{1}{3} \log(x). \\
 f(x) &= \sqrt{|\sin(3x)|}; & f(x) &= \sin(x) - x; & f(x) &= \cos(\sqrt{2}x) + x.
 \end{aligned}$$

3. Stabilire quante soluzioni hanno le seguenti equazioni:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 7, & f(x) &= -1 & \text{dove} & f(x) &= e^{-x} \frac{x}{x - 1}; \\
 f(x) &= 0, & f(x) &= \frac{1}{\sqrt{e}} & \text{dove} & f(x) &= x e^{-\frac{x^2}{2}}; \\
 f(x) &= 5 & \text{dove} & f(x) &= \frac{1}{x \sqrt{|\log x|}}. \\
 f(x) &= 0 & \text{dove} & |x| + \cos(x) - 1 \\
 f(x) &= \frac{9}{4} & \text{dove} & f(x) &= \arctan(3 - |x - 1|) + \frac{x}{2} \\
 f(x) &= 10 & \text{dove} & f(x) &= (x - 1) \arctan(x - 1)
 \end{aligned}$$