esercizi - seconda consegna

Indicheremo sempre con $\Gamma$ la soluzione fondamentale dell'equazione del calore. Indichiamo $B((x,t),r)$ la sfera definita dagli insiemi di livello della soluzione fondamentale $\Gamma$.

1. Sia $\Omega$ un aperto di $R^n \times [0,+\infty[$ e siano $(x,t)$ e $r>0$ tali che $\overline{B((x,t),r)} \subset \Omega$. Se $u$ e' soluzione classica dell'equazione del calore verifica

$$u(x,t) = \int_{\partial B((x,t),r)} \frac{|\nabla_y \Gamma(x-y,t-\tau)|^2}{|\nabla_{y,\tau}\Gamma(x-y,t-\tau)|} u(y,\tau) dy d\tau.$$

2. Sia $\Omega$ un aperto di $R^n \times [0,+\infty[$ e siano $(x,t)$ e $r>0$ tali che $\overline{B((x,t),r)} \subset \Omega$. Se $u$ e' soluzione classica dell'equazione del calore verifica

$$u(x,t) = \frac{1}{r^{N-2}} \int_{B((x,t),r)} \frac{|\nabla_y \Gamma(x-y,t-\tau)|^2}{\Gamma(x-y,t-\tau)^2} u(y,\tau) dy d\tau.$$

dove $N$ e' la dimensione omogenea

3. Sia $\Omega$ un aperto di $R^n \times [0,+\infty[$ e siano $(x,t)$ e $r>0$ tali che $\overline{B((x,t),r)} \subset \Omega$. Se $u$ e' soluzione classica dell'equazione del calore, continua in $\overline{\Omega}$. Se $u$ assume massimo in un punto $(x,t)$, allora $u$ e' costante in $B((x,t),r)$.