1. Sia E di Banach, $U \subset E$ aperto. Supponiamo che $T : U \to R$ abbia un punto di minimo relativo in $x \in U$, e sia differenziabile secondo Gateau nel punto x. Allora per ogni $v \in E$ la derivata di Gateau nella direzione v si annulla

2. Sia E di Banach, $V \subset E$ sottospazio vettoriale chiuso. Supponiamo che $F : V \to R$ abbia un punto di minimo relativo in $x \in V$, e sia differenziabile secondo Gateau nel punto x. Allora per ogni $v \in V$ la derivata di Gateau di F nella direzione v si annulla.

3. Sia H di Hilbert, $F : H \to R$
$$F(x) = ||x||^2$$
provare che F e' differenziabile e determinare il differenziale

4. Sia $\Omega \subset R^N$ aperto limitato e $F : L^2(\Omega) \to R$
$$F(x) = \int log(1 + u^2(x))dx$$
provare che
   - F e' ben definita
   - F e' differenziabile e determinare il differenziale

5. Sia $\Omega \subset R^N$ aperto e $F : L^p(\Omega) \to R$
$$F(x) = \int |u|^p dx$$
provare che
   - F e' ben definita
   - F e' differenziabile e determinare il differenziale

6. Sia $\Omega \subset R^N$ aperto e $F : L^p(\Omega) \to R$
$$F(x) = \int u \log(1 + u^2)dx$$
provare che
   - F e' ben definita
   - F e' derivabile in direzione v per ogni $v \in L^p$ e determinare la derivata parziale