1. Sia $g \in L^{p'}$ fissata. Verificare che il funzionale $A : L^p \to R$

$$A(f) = \int g(x)f(x)dx$$

e' lineare, limitato e $||A||_{L(L^p,R)} = ||g||_{p'}$

2. Sia $k \in L^p$ fissata. Verificare che il funzionale $A : L^{p'} \to L^\infty$

$$A(f) = \int k(x-y)f(y)dy$$

e' lineare, limitato e

$$||Af||_\infty \leq ||k||_p ||f||_{p'}$$

3. Sia $k \in L^p$ fissata. Verificare che il funzionale $A : L^1 \to L^p$

$$A(f) = \int k(x-y)f(y)dy$$

e' lineare, limitato e

$$||Af||_p \leq ||k||_p ||f||_1$$

4. Sia $k \in L^2(\Omega \times \Omega)$ Verificare che il funzionale $A : L^2 \to L^2$

$$A(f) = \int k(x,y)f(y)dy$$

e' lineare, limitato

5. Siano $E = C^1([0,1], R)$ con la norma $||.||_\infty$ e $F = C([0,1], R)$ con la norma $||.||_\infty$ Verificare che l'operatore

$$A : E \to F, \qquad A(f) = f'$$

A e' lineare ma non limitato

6. Siano $E = C^1([0,1], R)$ con la norma $||f||_\infty + ||f'||_\infty$ e $F = C([0,1], R)$ con la norma $||.||_\infty$ Verificare che l'operatore

$$A : E \to F, \qquad A(f) = f'$$

A e' lineare e limitato

7. Siano $E = C^1([0,1], R)$ con la norma $||.||_\infty$ e $F = C([0,1], R)$ con la norma $||.||_\infty$ Verificare che l'operatore

$$A : F \to E, \qquad A(f) = \int_0^x f(t)dt$$

A e' lineare limitato

8. Siano $E = C^1([0,1], R)$ con la norma $||f||_\infty + ||f'||_\infty$ e $F = C([0,1], R)$ con la norma $||.||_\infty$ Verificare che l'operatore

$$A : F \to E, \qquad A(f) = \int_0^x f(t)dt$$

A e' lineare e limitato