PROVA SCRITTA

1. Siano (f_n) successione in $L^5(R)$, convergente a $f \in L^5(R)$, (g_n) successione in $L^{5/4}(R)$, convergente debolmente a $g \in L^{5/4}(R)$,

   - provare che
   $$\frac{f_n log(f_n)}{1 + log^2(f_n)} \to \frac{f log(f)}{1 + log^2(f)}$$
   in L^5.
   - provare che
   $$\int \frac{f_n log(f_n)}{1 + log^2(f_n)} g_n \to \int \frac{f log(f)}{1 + log^2(f)} g,$$

2. Siano $E = C^1([0,1], R)$ con la norma $||f||_\infty + ||f'||_\infty$ e $F = C([0,1], R)$ con la norma $2||f||_\infty$. Verificare che l'operatore
$$A : F \to E, \qquad A(f) = \int_{x/4}^{1} e^t f(t) dt$$
A e' lineare limitato

3. Sia $T : W_0^1(]0,1[, R) \to R$
$$T(u) = \int_0^1 |u'|^2 - \int_0^1 \frac{1}{3 + sin(u)} dx$$
   - Provare che T ha minimo.
   - Imponendo l'annullamento del differenziale di Gateau nel punto di minimo, determinare l'equazione soddisfatta da u.
   - Verificare che l'equazione e' soddisfatta in senso classico.