

PROVA SCRITTA

1. Sia

$$F : L^p \rightarrow \mathbb{R}, \quad F(u) = \int \frac{|u|^{p+1} \sin(u)}{1 + |u|}$$

Verificare che F è continua

2. Siano $E = C^1([0, 1], \mathbb{R})$ con la norma $\|f\|_\infty + 3\|f'\|_\infty$ e $F = C([0, 1], \mathbb{R})$ con la norma $\|\cdot\|_\infty$. Verificare che l'operatore

$$A : E \rightarrow F, \quad A(f) = f' + 5f$$

A è lineare e limitato.

3. Sia $T : W_0^1(]0, 1[, \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$

$$T(u) = \int_0^1 |u'|^2 - \int_0^1 u \arctan(u) dx$$

Provare che T ha minimo. Imponendo l'annullamento del differenziale di Gateau nel punto di minimo, determinare l'equazione soddisfatta da u . Verificare che l'equazione è soddisfatta in senso classico.