

## PROVA SCRITTA

1. Sia  $h(x) = \frac{1}{\sqrt{|x|}}$ , e sia

$$A(f) = \int h(x-y)f(y)dy.$$

Provare che  $A : L^q \rightarrow L^{3q/(q-3)}$  e' lineare e limitato. Piu' in generale determinare per quali valori di  $p$  e  $q$   $A : L^q \rightarrow L^p$  e' lineare e limitato.

2. Siano  $E = C^1([0, 1], R)$  con la norma  $\|f\|_\infty$  e  $F = C([0, 1], R)$  con la stessa norma. Verificare che l'operatore

$$A : E \rightarrow F, \quad A(f) = 3f' + f$$

$A$  e' lineare ma non limitato

3. Sia  $T : W_0^1(]0, 1[, R) \rightarrow R$

$$T(u) = \int_0^1 |u'|^2 - \int_0^1 u \cos^2(u) dx$$

Provare che  $T$  ha minimo. Imponendo l'annullamento del differenziale di Gateau nel punto di minimo, determinare l'equazione soddisfatta da  $u$ . Verificare che l'equazione e' soddisfatta in senso classico.