

# Esercizi sui numeri complessi

25 settembre 2018

25/09/2018

1. Per ciascuno dei seguenti numeri complessi  $z$  scrivere:  $|z|, \bar{z}, \text{Arg}(z)$ :  
 $z = i, 1 - i, 2 + 3i, -1 + 2i, (1 + i)^3, 1 + \sqrt{3}i, (2 + 3i)(-1 + 2i), \frac{2+3i}{-1+3i}$ ;  
scriverli poi in forma trigonometrica e in forma esponenziale.

2. Trovare le radici seste dell'unità, cioè le soluzioni dell'equazione:

$$z^6 = 1.$$

Disegnarle sul piano complesso.

3. Usare la soluzione dell'esercizio 2 per risolvere l'equazione

$$z^5 + z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0.$$

4. Trovare le soluzioni delle seguenti equazioni di secondo grado o riducibili ad esse:

$$\begin{aligned} z^2 + 3iz - 2 &= 0 \\ z^4 + 3iz^2 - 2 &= 0 \\ (1 + i)z^2 + 2z + 1 &= 0 \\ (z^2 + z)^2 + 5i(z^2 + z) - 6 &= 0 \\ z^6 + 8z^3 + 64 &= 0 \end{aligned}$$

5. Risolvere le seguenti equazioni:

$$\begin{aligned} e^z &= 1 \\ (z^2 + i)(e^{z^2} - 1) &= 0 \\ \cos(z) = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2} &= 2 \end{aligned}$$

6. Calcolare  $\cos(4t)$  in funzione di  $\cos(t)$  e  $\sin(t)$ .

7. Calcolare  $(1 + i)^{33}$