

COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA E ELEMENTI DI
CALCOLO DELLE PROBABILITA' (Secondo appello, parte di
probabilità, commissione F. Ferrari, G. Grammatico) del 26/06/2014

COGNOME....., NOME....., n. mat.

Riconsegnare il testo. Rispondere alle domande, con esaurienti motivazioni, nel riquadro sottostante o su un foglio protocollo. Gli studenti che supereranno la presente prova e che desiderano sostenere la prova di Analisi Matematica 2 devono iscriversi nelle apposite liste di AlmaEsami.

-
- (1) Sia X una variabile aleatoria, a valori reali, di densità $N(1, 3^2)$. Calcolare la densità di $Z = e^{4X}$.

-
- (2) Siano X e Y due variabili aleatorie continue con densità congiunta uniforme in $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 4\}$. Calcolare $P(Y \geq 4X^2)$. Determinare le densità marginali f_X e f_Y e stabilire se sono indipendenti.

-
- (3) [**non utile per il superamento della prova**] Calcolare quante sono le diagonali di un poligono regolare di α lati (chiamiamo diagonale di un poligono il segmento che congiunge due vertici non adiacenti).

-
- (4) Determinare per quali valori di $\alpha > 0$ esiste $c > 0$ tale che

$$p(x) = \begin{cases} c \frac{\sin \frac{1}{x^\alpha}}{1 + x^{4\alpha} + x^{\frac{1}{4}}}, & x \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \\ 0, & x \in \mathbb{R} \setminus (\mathbb{N} \cup \{0\}), \end{cases}$$

è una densità di probabilità su $\mathbb{N} \cup \{0\}$.

(5) Calcolare la probabilità che estraendo, senza rimpiazzo, 6 palline da un'urna con 90 palline numerate da 1 a 90 le prime 3 siano esattamente nell'ordine le palline 1, 2, 3 e le rimanenti siano quelle con i numeri in sequenza da 4 fino a 6, ma non necessariamente nell'ordine.

(6) Scrivere l'enunciato del Teorema del limite centrale.

(7) Scrivere la definizione di funzione di densità di probabilità per una variabile aleatoria continua.

(8) Si lancia un dado (sei facce) equilibrato e si estraggono senza rimpiazzo 5 palline da un contenitore in cui si trovano 5^2 palline rosse e 5 palline bianche. Calcolare la probabilità che il dado indichi 5 e vi siano esattamente 4 palline rosse tra quelle estratte. Calcolare la probabilità che ripetendo 7 volte il lancio del dado e l'estrazione delle 5 si verifichi per almeno 4 volte che contemporaneamente il dado indichi 5 e vi siano esattamente 4 palline rosse tra le 5 palline estratte.