

QUARTO APPELLO di ANALISI MATEMATICA T/T1 del
07/06/2012

COGNOME E NOME
Corso di Laurea in Ingegneria
N. di matricola
Gli orali inizieranno il 18 Giugno. Per accedere all'orale è comunque obbligatoria l'iscrizione alla lista di AlmaEsami.

(1) [3 punti] Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' + 16y = 5 \sin(4x).$$

(2) [5 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_0^2 \frac{x + 2x^3}{\sqrt{x^2 + 36}} dx.$$

(3) [2 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{16^n + 3 \cdot 8^{2n}}{8^{2n-1} + n^{27}}.$$

(4) [2 punti] Sia $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile, tale che $g(0) = 9$, $g(27) = 4$, $g'(0) = 2$, $g'(27) = 3$; posto

$$h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x) = g(2x^2 + 3x + 27) + \sqrt[3]{x^4 + x + 1},$$

calcolare $h'(0)$.

(5) [4 punti] Determinare per quali valori di $\alpha > 0$ il seguente integrale generalizzato converge

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sinh(7x^7)}{e^{(\alpha+8)x^7} x^\alpha} dx$$

(6) [7 punti] Sia

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \log \frac{x^2 + 8}{|x - 8| + |x - 11|}.$$

Determinare:

- (i) l'insieme dei punti in cui f è derivabile;
- (ii) gli intervalli in cui f è monotona decrescente;
- (iii) i punti estremanti di f , specificandone il tipo.

Disegnare infine un grafico qualitativo di f , precisando qual è la sua immagine.

(7) [2 punti] Risolvere l'equazione in \mathbb{C}

$$((z + 6)^2 + z + 6)(z^4 + 6 + 5i) = 0$$

(8) [5 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(6x + 5x^3)(\sinh(6x + 5x^3) - 6x)}{x(\cos(5x + 6x^2) - 1)}.$$