TERZO APPELLO di ANALISI MATEMATICA T/T1/TA del 09/02/2012

COGNOME E NOME ....

Corso di Laurea in Ingegneria ....

N. Mat. .... Desidero sostenere l'orale subito (13 Febbraio).

---

(1) [6 punti] Posto

$$f(x) = \frac{e^{3x}}{x\sqrt{|x-2|}}\,,$$

determinare: (a) il dominio naturale di f; (b) l'insieme dei punti in cui f è derivabile; (c) gli intervalli di stretta monotonia di f, specificandone il tipo; (d) gli estremanti locali di f, specificandone il tipo. Si tracci quindi un grafico qualitativo di f.

---

(2) [5 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\Big(e^{36x^2} - 18x^2 - \cosh(6x)\Big)\sin(\frac{3}{2}\pi + x)}{x\big(\sin(5x) - 10x + \sinh(5x)\cos(6x)\big)}\,.$$

---

(3) [4 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_{3\log\left(\frac{2}{3}\right)}^{3\log\left(\frac{11}{3}\right)} \frac{e^{\frac{x}{3}}+2}{\sqrt{e^{\frac{x}{3}}+\frac{1}{3}}}\, e^{\frac{x}{3}}\;dx\,.$$

---

(4) [3 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\cos\left(\pi+\frac{1}{n}\right)\left(\sqrt{2+\frac{1}{n^3}}-\sqrt{2}\right)}{n^2\left(\sin\left(\frac{1}{n^5}\right)-\frac{3}{n^5}\right)}\,.$$

(5) [2 punti] Sia $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile, tale che $g'(1) = 3$, $g'\left(-2\sqrt{2}\right) = 2$. Posto

$$h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad h(x) = \sqrt[3]{x^2 + 2(x+3)^4} + g\Big(\left(x^2 - 9\right)^2\Big),$$

calcolare $h'\left(-2\sqrt{2}\right)$.

(6) [3 punti] Determinare le soluzioni dell'equazione in $\mathbb{C}$

$$\left(z^3 + \left(6 + \frac{i}{3}\right) z^2 + 2iz\right)\left(3z^4 + 6i\right) = 0$$

(7) [3 punti] Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' + 16y' + 64y = \frac{e^{3x} - e^{-3x}}{2}.$$

(8) [4 punti] Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y' = \frac{y}{x^2 + 2x + 7}.$$

Si individui poi il dominio di esistenza delle soluzioni così trovate stabilendo, con motivata risposta, se tali funzioni sono limitate.