

PROVA COMPLESSIVA
di ANALISI MATEMATICA T-A
del 12/2/2010

COGNOME E NOME
Corso di Laurea in Ingegneria
N. di matricola
Chiedo di non sostenere la prova orale il giorno

(1) [4 punti] Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6 \sin(3x) - 6 \sinh(3x) + 54x^3 + 18x^4}{x^2 \cos(3\pi x^2) (\cos^2(2x) - \cosh^2(2x))}.$$

(2) [3 punti] Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n (\sqrt{n^4 + 6} - \sqrt{n^4 + 36})}{\sqrt{n^2 + 6} - \sqrt{n^2 - 36}}.$$

(3) [4 punti] Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y'' + 4y' + 8y = 5e^{2x} + \sin(2x)$$

(4) [3 punti] Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}^+$ converge l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{\log(1+x^\alpha)}{x^8 + x^{8\alpha}} dx.$$

(5) [3 punti] Siano $h, v \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ e poniamo

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = v\left(x^2 \cdot h(\sqrt{x^2 + 2})\right).$$

Sapendo che $h(1) = 2$, $h'(1) = 3$, $h(\sqrt{3}) = 3$, $h'(\sqrt{3}) = 2$, calcolare $g'(1)$.

(6) [6 punti] Sia

$$f(x) = e^{7|x-5|} \frac{x}{3x+5};$$

- (i) determinare il dominio naturale di f ;
- (ii) determinare l'insieme in cui f è derivabile;
- (iii) determinare gli intervalli in cui f è strettamente crescente.

(7) [4 punti] Calcolare

$$\int_6^5 6(x-6)^3 e^{(x-6)^2} dx.$$

(8) [3 punti] Determinare le soluzioni in \mathbb{C} dell'equazione:

$$(z^3 + 5 - 20i)(z^2 - (20 + 4i)z + 80i) = 0.$$