

PROVA COMPLESSIVA
di ANALISI MATEMATICA TA
del 14/2/2009

COGNOME E NOME

Corso di Laurea in Ingegneria

N. di matricola

Chiedo di non sostenere l'orale nel giorno

(1) [4 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_{1/2}^{e/2} \log\left(\frac{2x}{5x^2 + 1}\right) dx.$$

(2) [3 punti] Determinare i numeri complessi tali che

$$(z^3 + 4 - 5i)(z^2 - (2 + 5i)z + 10i) = 0.$$

(3) [5 punti] Sia

$$f(x) = \arctan\left(\frac{x - 12}{|x^2 - 16| + 12x}\right).$$

Dopo aver determinato il dominio naturale di esistenza di f stabilire gli intervalli in cui essa è monotona strettamente crescente.

(4) [4 punti] Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale:

$$y'' - 4y' + 4y = e^{4x} + 5x + 2.$$

(5) [3 punti] Sia

$$g(x) = \frac{\sin(5x) + 4x}{1 - \log(16x^2 + 1)}.$$

Dopo aver determinato il dominio naturale di esistenza D di g , calcolare $g'(x_0)$, con $x_0 \in D$, e $g'\left(\frac{11}{2}\pi\right)$.

(6) [5 punti] Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 - 4x + 4x^2) + \sin(4x)}{\log(2 + 4x^2)(\cosh(3x) - 1 - 4x^2)}.$$

(7) [3 punti] Trovare i valori di γ in \mathbb{R}^+ per cui converge l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin(x^\gamma)}{x^3(\cos(x^\gamma) + \sqrt[9]{x})} dx.$$

(8) [3 punti] Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^5 \left(\sqrt{n^{10} - 4} - \sqrt{n^{10} - 5} \right).$$