PROVA SCRITTA COMPLESSIVA
di ANALISI MATEMATICA TA/T1 (e seconda prova parziale)
del 24/01/2009

COGNOME E NOME ....

Corso di Laurea in Ingegneria ....

N. di matricola ....

Chiedo di sostenere la prova orale nel ☐ II appello

e di non sostenere l'orale nel giorno ....

Chiedo di sostenere la prova orale nel ☐ III appello

---

(1) [4 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_{\sqrt{5/2}}^{\sqrt{10}} \left(2x^3 - 5x\right) e^{-2x^2}\, dx\,.$$

---

(2) [5 punti] Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \exp\left(\frac{|\, x^2 - 9\,| + 14x}{x - 3}\right).$$

Determinare:

1. il dominio naturale di esistenza di f ;
2. l'insieme dei punti in cui f è derivabile;
3. gli intervalli in cui f è monotona strettamente decrescente.

---

(3) [3 punti] Determinare i numeri complessi tali che

$$\left(z^4 - 256i\right)\left(z^2 - (16+3i)z + 12(4+3i)\right) = 0\,.$$

(4) [4 punti] Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale:

$$y'' + 4y = \sin(2x) + 3x + 2\,.$$

(5) [3 punti] Sia

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\,, \qquad f(x) = \frac{x^2 + \sin\left(\frac{5}{2}\pi x\right)}{5x^8 + \cos^2(x) + 2}\,;$$

Calcolare $f'(x_0)$, con $x_0 \in \mathbb{R}$, e calcolare $f'(0)$.

(6) [5 punti] Calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos\left(2x + 5x^2\right) - e^{4x^2}}{\cos(2 + 5x)\left(\log\left(1 + 2x - 5x^2\right) - 2x\right)}\,.$$

(7) [3 punti] Trovare i valori di γ in $\mathbb{R}^+$ per cui converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2n - \arctan(2n))^3}{n^\gamma}.$$

(8) [3 punti] Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\left(3+\frac{1}{n}\right)^2 - 5\left(3+\frac{1}{n}\right)+6}{\sqrt{n}\left(\sqrt{n+\frac{15}{n}}-\sqrt{n+\frac{12}{n}}\right)}$$

Il seguente esercizio faceva parte del testo della sola seconda prova parziale assieme agli esercizi 1,2,4,6,7 del precedente testo. Nella seconda prova parziale ogni esercizio era valutato 3 punti per un totale di 18 punti a disposizione.

---

(9) [3 punti] Sia h la funzione definita da

$$h(x) = \int_0^x e^{-t^2}\,dt - \frac{x}{3}\,.$$

Dopo aver determinato il dominio naturale d'esistenza della funzione h, il candidato risponda alle seguenti domande, motivando adeguatamente le risposte.

1. Stabilire (se esistono) proprietà di simmetria della funzione h (per esempio, è pari, è dispari?);
2. determinare in quali intervalli h è crescente e in quali è decrescente;
3. calcolare i limiti $\lim_{x\to-\infty} h(x)$ e $\lim_{x\to+\infty} h(x)$;
4. determinare quante soluzioni ha l' equazione in $\mathbb{R}$ $h(x) = 0$.