

Programma di Analisi Matematica L-A (CdL in Ingegneria Elettronica e in Ingegneria Automatica) A.A. 2005/2006

Fausto Ferrari

Insiemistica e logica.

Richiami sulla definizione di insieme. Introduzione della simbologia insiemistica. Nozione di appartenenza di un elemento ad un insieme. Relazioni insiemistiche: nozione d'inclusione tra insiemi. Operazioni tra insiemi: unione, intersezione d'insiemi e complementare di un insieme.

Fraasi ben formate e proposizioni, connettivi logici 'et' 'vel' e negazione. Tavole di verità. Implicazione logica. Nozione di se, allora. Nozione di se e soltanto se. Fraasi aperte e predicati. Quantificatori universale ed esistenziale.

I numeri complessi.

Forma algebrica dei numeri complessi, parte reale, parte immaginaria, modulo, coniugato di un numero complesso e loro proprietà. Disuguaglianza triangolare. Argomento di un numero complesso. Forma trigonometrica di un numero complesso. Teorema di De Moivre sul prodotto, sul quoziente e sulla potenza di numeri complessi. Radici n-sime di un numero complesso.

Numeri reali e successioni.

Presentazione assiomatica dei numeri reali. Definizione di campo ordinato. Definizione di elemento maggiorante e elemento minorante di un insieme reale. Assioma di completezza. Estremo superiore e estremo inferiore di un sottoinsieme di \mathbb{R} . Richiami sul significato geometrico e la definizione analitica del valore assoluto di un numero reale, proprietà del valore assoluto. Definizione di successione in un insieme, di successione di numeri reali infinitesima, convergente, divergente positivamente o negativamente. I teoremi dell'unicità del limite, di confronto, della permanenza del segno. Le proprietà algebriche dei limiti. Le successioni esponenziali. Successioni limitate e non limitate. Il Teorema sulle successioni monotone. Definizione del numero reale e . Cenni della rappresentazione decimale dei numeri reali. I simboli asintotico o piccolo e loro proprietà. Confronti di potenze, esponenziali e fattoriali. Intervalli e intervalli forati di \mathbb{R} .

Funzioni reali una variabile reale.

Definizione di funzione e nozione di dominio e codominio di una funzione. Generalità sulle funzioni: composizione di funzioni, funzioni invertibili, funzione inversa di una funzione invertibile. Funzioni reali di una variabile reale: funzioni monotone e strettamente monotone, simmetrie di una funzione (funzioni pari, dispari, periodiche), minimo e massimo di una funzione.

Le funzioni elementari (esponenziale, logaritmo, potenza, funzioni circolari, circolari inverse, iperboliche): proprietà e grafici.

Cenni di topologia.

Definizione di punto d'accumulazione per un insieme. Definizione di derivato di un insieme. Definizione di chiusura di un insieme. Definizione di insieme chiuso e di insieme aperto. Definizione di intorno di un punto in R e di intorno centrato in un punto in R

Continuità di funzioni reali di una variabile reale.

Funzioni reali di una variabile reale. Definizione di limite per una funzione. Definizione di funzione continua in un punto. Definizione di funzione continua su un insieme. Continuità della funzione somma, della funzione prodotto, della funzione quoziente, della funzione una composta. Teorema degli zeri. Teorema dei valori intermedi, Teorema di Weierstrass. Definizione di limite di una funzione in un punto. Passaggio delle proprietà dei limiti di successioni ai limiti di funzioni. I limiti da destra e da sinistra. Il Teorema sui limiti delle funzioni monotone.

Funzioni reali di una variabile reale: calcolo differenziale.

Definizione di derivata di una funzione in un punto e suo significato geometrico e fisico. Funzioni derivabili. Retta tangente in un punto al grafico di una funzione derivabile. Cenno della nozione di differenziale di una funzione come operatore lineare. Derivate di somme di funzioni, di prodotti di funzioni, di quozienti di funzioni, di composizioni di funzioni. Estremanti locali di una funzione. Definizione di punto di massimo assoluto e relativo per una funzione. Definizione di punto di minimo assoluto e relativo per una funzione il Teorema di Fermat. Il teorema di Rolle. Il Teorema del valor medio di Lagrange e le sue conseguenze: test di monotonia e test di monotonia stretta, definizione di primitiva e legame fra due primitive di una stessa funzione. La funzione derivata e le derivate di ordine superiore. Definizione di funzione convessa per tangenti e di funzione concava per tangenti in un intervallo. Test di convessità ed esistenza di minimi di funzioni convesse. Derivata della funzione inversa.

Il Teorema di de l'Hospital. La formula di Taylor col resto nella forma di Peano, nella forma di Lagrange e con resto integrale. La formula di Taylor per il calcolo dei limiti di funzioni.

Funzioni reali di una variabile reale: calcolo integrale.

Definizione di integrale per una funzione continua definita in un intervallo chiuso e limitato di R . Le principali proprietà dell'integrale: monotonia, linearità, additività. Il Teorema della media integrale. L'integrale definito e la funzione valore assoluto.

Definizione di funzione integrale. Teorema di esistenza delle primitive di funzioni continue. Il Teorema fondamentale del calcolo integrale. Il teorema di integrazione per parti. Funzioni integrali e il Teorema di esistenza delle primitive per funzioni continue. Caratterizzazione delle primitive di una funzione continua. Il teorema di integrazione mediante cambiamento di variabile. L'integrale di Riemann: cenni. Metodi d'integrazione per l'integrale definito. Il metodo dei fratti semplici. Le funzioni arcoseno, arcocoseno, arcoseno-iperbolico, arcocoseno-iperbolico.

Serie numeriche reali.

Definizione di serie numerica. Definizione di serie convergente. Criterio necessario per la convergenza di una serie. La serie geometrica. convergenza della serie geometrica al variare della ragione. Serie a termini non negativi. La serie armonica generalizzata. Criterio del confronto, criterio del rapporto e della radice n-esima. Criterio del confronto asintotico. Serie numeriche, assoluta convergenza di una serie. Serie assolutamente convergenti e serie convergenti: relazione tra le due definizioni. Criteri di assoluta convergenza per le serie: il criterio di Leibniz.

Cenni sull'integrazione generalizzata.

Definizione di funzione integrabile in senso generalizzato. Integrazione generalizzata per funzioni non negative. Integrabilità delle funzioni x^α su intervalli limitati e illimitati. Criterio del confronto e del confronto asintotico.