

ESERCIZI DI RIEPILOGO

(limiti di successioni, limiti di funzioni, continuità e derivabilità di funzioni)

Materiale propedeutico alle lezioni di Analisi Matematica L-A per i corsi di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio dell'Università di Bologna. Anno Accademico 2004/2005 (Dott. Fausto Ferrari)

Esercizio 1

Calcolare il seguente limite di successioni

$$\frac{5n + n^2 - \log n}{\sqrt{n^4 + 1}}$$

Esercizio 2

Calcolare il seguente limite di successioni

$$\frac{5n + 3n^2 - \log n}{\sqrt{n^4 + 1} + \log^2(n + 1)}$$

Esercizio 3 Calcolare il seguente limite di successioni

$$\frac{e^n - \log^5 n}{3e^n + n^5}$$

Esercizio 4 Calcolare il seguente limite di successioni

$$\frac{e^n + n!}{2n! + n^5}$$

Esercizio 5 Calcolare il seguente limite di successioni

$$\frac{6e^n + \sqrt{n^3 + 1}}{7e^n + \sqrt{n^4 + 1}}$$

Esercizio 6

Calcolare il seguente limite di funzioni

$$\lim_{x \rightarrow 2} \tan x \log \sqrt{\frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 8x + 12}}$$

Esercizio 7

Calcolare il seguente limite di funzioni

$$\lim_{x \rightarrow -1} \sin \frac{x^2 + 6x + 5}{x^2 - 2x - 3}$$

Esercizio 8

Calcolare il seguente limite di funzioni

$$\lim_{x \rightarrow -3} e^{|2x+5| \frac{x^2+2x-3}{x^2+8x+15}}$$

Esercizio 9

Calcolare il seguente limite di funzioni

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{x^2+2x-3}{x^2+8x+15}}$$

Esercizio 10

Calcolare il seguente limite di funzioni

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5 + 6x + 5}{x^4 - 2x + 2}$$

Esercizio 11

Calcolare il seguente limite di funzioni

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - 6x + 5}{x^4 - 2x - 3}$$

Esercizio 12

Quale delle seguenti affermazioni è vera

- a) $n^3 = o(n^2)$, per $n \rightarrow \infty$.
- b) $3^n = o(n^3)$, per $n \rightarrow \infty$.
- c) $3^n = o(n!)$, per $n \rightarrow \infty$.
- d) $2^n = o(\log n)$, per $n \rightarrow \infty$.

Esercizio 13

Quale delle seguenti affermazioni è vera

- a) $n^5 = o(n^4)$, per $n \rightarrow \infty$.
- b) $e^n = o(n^3)$, per $n \rightarrow \infty$.
- c) $e^n = o(n!)$, per $n \rightarrow \infty$.
- d) $5^n = o(\log n)$, per $n \rightarrow \infty$.

Esercizio 13

Quale delle seguenti affermazioni è vera

a) $\frac{1}{n^5} = o(\frac{1}{n^4})$, per $n \rightarrow \infty$.

b) $\frac{1}{n^4} = o(e^{-n})$, per $n \rightarrow \infty$.

c) $\sqrt{\frac{1+n}{n^4+3}} = o(e^{-n})$, per $n \rightarrow \infty$.

d) $\sqrt{\frac{1+n}{n^4+3}} = o(n^{-\frac{3}{2}})$, per $n \rightarrow \infty$.

Esercizio 14

Determinare per quali valori di R la seguente funzione è definita (dominio naturale)

$$\log \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 15}$$

Esercizio 15

Determinare per quali valori di R la seguente funzione è definita (dominio naturale)

$$\log |x^2 - 2|.$$

Esercizio 16

Determinare per quali valori di R la seguente funzione è definita (dominio naturale)

$$\log(|x^2 - 3| - 2).$$

Esercizio 17

Determinare per quali valori di R la seguente funzione è definita (dominio naturale)

$$\sqrt{|x^2 - 3| - 2}.$$

Esercizio 18

Determinare per quali valori di R la seguente funzione è definita (dominio naturale)

$$\log(|x^2 - 3| + 2).$$

Esercizio 19

Determinare per quali valori di R la seguente funzione è definita (dominio naturale)

$$\sqrt{e^{\frac{2x-3}{x^2+8x+15}}}.$$

Esercizio 20

Dopo aver determinato il dominio naturale della seguente funzione (vedi es 14) determinare per quali valori di R la seguente funzione è derivabile

$$\log \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 15}.$$

Esercizio 21

Dopo aver determinato il dominio naturale della seguente funzione (vedi es 15) determinare per quali valori di R la seguente funzione è derivabile

$$\log |x^2 - 2|.$$

Esercizio 22

Quale delle seguenti affermazioni è vera per $f : [0, 1] \rightarrow R$ funzione limitata?

- a) $\sup_{[0,1]} f = \max_{[0,1]} f$.
- b) $\inf_{(0,1)} f = \inf_{[0,1]} f$.
- c) $f([0, 1])$ è inferiormente limitata.
- d) Esiste $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \in R$.

Esercizio 23

Siano $f : I \rightarrow R$ e $g : J \rightarrow R$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- a) Se $f(I) \subset J$ allora $f \circ g$ è ben definita.
- b) Se $f(I) \subset J$ allora $g \circ f$ è ben definita.
- c) Se $g(J) \subset I$ allora $g \circ f$ è ben definita.
- d) I dati forniti non sono sufficienti per rispondere.

Esercizio 24

Sia $f : [0, 1] \rightarrow R$ una funzione continua. Allora

- a) Se $\lambda < f(0)$ allora esiste $\bar{x} \in [0, 1]$ tale che $f(\bar{x}) = \lambda$.
- b) Se $\lambda > f(1)$ allora esiste $\bar{x} \in [0, 1]$ tale che $f(\bar{x}) = \lambda$.
- c) Se $\lambda > \min_{[0,1]} f$, allora esiste $\bar{x} \in [0, 1]$ tale che $f(\bar{x}) = \lambda$.
- d) Se $f(b) \leq f(a)$ e $\lambda \in [f(1), f(0)]$, allora esiste $\bar{x} \in [0, 1]$ tale che $f(\bar{x}) = \lambda$.

Esercizio 25

Sia $f : (a, b) \rightarrow R$ derivabile in $x_0 \in]0, 2[$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- a) Esiste $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_0 - \frac{5}{n}) = f(x_0)$.
- b) La funzione f è derivabile in un intorno di x_0 .
- c) Per ogni n esiste $f'(x_0 - \frac{1}{n})$.
- d) Esiste $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_0 - \frac{3}{n}) = f'(x_0)$.

Esercizio 26

Calcolare la derivata di $f : R \rightarrow R$

$$f(x) = \sin x \log (\sqrt[3]{x^4 + 2} - \sin(3x)).$$