QUARTO APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA LM

11/06/2010

(Comm. Prof. F. Ferrari)

Cognome.................................Nome..............................Mat......................CdL.............

Esercizio 1 [11 p.ti]

Risolvere il seguente problema di Dirichlet con il metodo della separazione delle variabili

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 6xy^2, \ \ 0 < x < 1, \ \ 0 < y < 1 \\ u(0,y) = 0, \ \ u(1,y) = 0, \ \ y \in [0,1] \\ u(x,0) = 0, \ \ u(x,1) = x^2, \ \ x \in [0,1]. \end{cases}$$

Esercizio 2 [10 punti]

Risolvere con il metodo delle caratteristiche il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + (\frac{\partial u}{\partial y})^2 = 4, \ \ \{(x,y) \in \mathbb{R}^2, \ x \geq 3, \ y \in \mathbb{R}\}, \\ u(x,y) = x^2 + y, \ \ \text{in } \Gamma = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2, \ \ x = 3, \ y \in \mathbb{R}\}. \end{cases}$$

determinando la soluzione locale in forma parametrica e in forma cartesiana.

Esercizio 3 [6]

Utilizzando la trasformata di Laplace risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' + 8y'' = f, \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 0, \\ y''(0) = 0 \end{cases} \tag{1}$$

per una generica $f : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ Laplace trasformabile. Calcolare poi esplicitamente la soluzione del problema di Cauchy nel caso particolare in cui $f(t) = 5t$.

Esercizio 4 [3] Risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_{tt} - 25u_{xx} = 0, \ \ t > 0, \ \ x \in \mathbb{R} \\ u(x,0) = x, \\ u_t(x,0) = x^2. \end{cases}$$

N.B. Gli studenti hanno a disposizione **3 h** per svolgere gli esercizi. **NON** è concesso l'uso di libri di testo, appunti ed eserciziari. Motivare ogni risposta.