

**PRIMA PROVA PARZIALE DI COMPLEMENTI DI ANALISI
MATEMATICA LM (4 CREDITI)**

02/12/2010

(Comm. Prof. F. Ferrari)

Cognome.....Nome.....Mat.....CdL.....

Esercizio 1 [8 punti]

Risolvere con il metodo delle caratteristiche il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} (5x - 7y)\frac{\partial u}{\partial x} + (-7x + 2y)\frac{\partial u}{\partial y} = 7, & U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, y \geq 7, x \in \mathbb{R}\}, \\ u(x, y) = 7x + y, & \text{in } \Gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, y = 7, x \in \mathbb{R}\}. \end{cases}$$

Determinare la soluzione in forma parametrica e individuare l'eventuale presenza di punti caratteristici.

Esercizio 2 [5]

Utilizzando la trasformata di Laplace risolvere il seguente problema di Cauchy

$$(1) \quad \begin{cases} y''' + 49y' = 7, \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 0, \\ y''(0) = 0, \end{cases}$$

Esercizio 3 [5] Assegnato il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{x^2 + 7y^2}{x^2 + y^4 + 7}, \\ y(x_0) = y_0, \end{cases}$$

Determinare l'insieme in cui esiste ed è unica la soluzione e quale regolarità ha. Scrivere la soluzione approssimata del problema in oggetto al terzo ordine in un intorno di $x_0 = 0$ quando $y_0 = 1$.

N.B. Gli studenti hanno a disposizione **2 h** per svolgere gli esercizi. **NON** è concesso l'uso di libri di testo, appunti ed eserciziari. Motivare ogni risposta.