

1. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^3(5x) - \cosh^3(5x)}{\log^2(2x+1)}$$

(a) è uguale a $-\frac{75}{4}$

(b) è uguale a $-\infty$

(c) è uguale a $-\frac{25}{4}$

(d) non esiste perché il limite da destra è diverso dal limite da sinistra

2. Determinare i punti di massimo e di minimo locale della funzione

$$f(x) = |x+5| e^{\frac{x}{x-2}},$$

definita nel suo dominio naturale.

3. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x^2} - \cos(2\sqrt{2}x)}{\log(7x^2+1)}$$

è uguale a

(a) $+\infty$

(b) $\frac{8}{7}$

(c) $\frac{4}{7}$

(d) 0

4. Calcolare il gradiente nel punto $(2, 0, 1)$ della funzione

$$v: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, \quad v(x, y, z) = \frac{x \operatorname{sen}(6z)}{y^{18} + 1}$$

5. Sia $h: \left[-\frac{\pi}{7}, \frac{\pi}{7}\right] \rightarrow \mathbf{R}$, $h(x) = \operatorname{sen}(7x) + 3x$. In quali intervalli la funzione h è decrescente?

6. **Facoltativo** Il candidato svolga il seguente esercizio in dettaglio in un foglio allegato.

Sia $k: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $k(x) = e^{-2|x|} \left(x - \frac{2}{3}\right)$. Determinare:

(a) gli estremanti relativi di k ;

(b) gli intervalli in cui k è concava.

7. Sia $v: (\mathbf{R}^+)^2 \rightarrow \mathbf{R}$, $v(x, y) = x^{4y} + x^3 y^2$. Calcolare $\nabla v(1, 2)$.

8. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(4x) - \operatorname{senh}(4x)}{3x - \operatorname{tg}(3x)}$$

è uguale a:

- (a) $\frac{32}{27}$
- (b) $-\frac{64}{27}$
- (c) $\frac{64}{27}$
- (d) 0

9. **Facoltativo.** Il candidato svolga il seguente esercizio in dettaglio in un foglio allegato. Sia $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = \log(x^2 + x + 1) - \frac{1}{2}|x|$. Determinare:

- (a) gli estremanti relativi di g ;
- (b) in quali intervalli g è convessa.

10. Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 e^{-4|x+3|}$. Determinare in quali intervalli f è decrescente.

11. Posto

$$f_1(x) = \frac{(x-1)^2}{\sqrt{4x^2 + 2x + 1}},$$

definita nel suo dominio naturale, determinare in quali intervalli è crescente e in quali è decrescente. Determinare poi i punti di massimo e di minimo relativo di f_1 .

12. Posto

$$f_2(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{|x^2 - 1|}},$$

definita nel suo dominio naturale, determinare in quali intervalli è convessa e in quali è concava. Determinare poi i punti di massimo e di minimo relativo di f_2 .

13. Posto

$$f_3(x) = \log\left(\frac{2|x| - 1}{x + 2}\right)^2,$$

definita nel suo dominio naturale, determinare in quali intervalli è crescente e in quali è decrescente.

14. Posto

$$f_4(x) = |x + 1|e^{|x-1|},$$

definita nel suo dominio naturale, determinare in quali intervalli è convessa e in quali è concava. Determinare poi i punti di massimo e di minimo relativo di f_4 .

15. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{x(\sin^2(3x) - \sinh^2(2x))}$$

16. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(\frac{\pi^2}{4} - \operatorname{arctg}^2 x \right)$$

17. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left((x^4 + x^2 + 1)^{\frac{\pi}{2}} - (x^4 - x^2 + 1)^{\frac{\pi}{2}} \right)$$